

# El conocimiento de las fracciones. Una revisión de su relación con factores cognitivos

## Fraction Knowledge. A Review Of Their Relationship With Cognitive Factors

Florencia Stelzer<sup>1</sup>, María Laura Andrés<sup>2</sup>, Isabel Introzzi<sup>3</sup>, Lorena Canet-Juric<sup>4</sup>  
y Sebastián Urquijo<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Dra. En Psicología. Investigadora asistente de CONICET. E-mail: florenciastelzer@gmail.com.

<sup>2</sup>Dra. En Psicología. Magíster en Psicología Cognitiva y Aprendizaje. Master Oficial en Psicología, Educación y Desarrollo: Intervención Psicológica en Contextos de Riesgo. Becaria Post doctoral CONICET. E-mail: marialauraandres@gmail.com.

<sup>3</sup>Dra. En Psicología. Especialista en Neuropsicología Clínica. Investigadora independiente CONICET. E-mail: introzzi@gmail.com.

<sup>4</sup>Dra. En Psicología. Magister en Psicología Cognitiva y Aprendizaje. Investigadora adjunta CONICET. E-mail: lcanetjuric@gmail.com.

<sup>5</sup>Doctor en Educación en el área de Psicología Educacional. Master en Educación en el área de Psicología Educacional. Profesor Adjunto Regular en Carrera Docente, con dedicación exclusiva, en las cátedras de “*Psicología Cognitiva*” y de “*Teorías del Aprendizaje*”, Facultad de Psicología, Universidad Nacional de Mar del Plata. Investigador independiente del CONICET.  
E-mail: sebasurquijo@gmail.com.

Instituto de Psicología Básica, Aplicada y Tecnología (IPSIBAT-CONICET-UNMdP)  
Esta investigación fue subsidiada por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la Argentina vía el Instituto de Psicología Básica, Aplicada y Tecnología (IPSIBAT-CONICET-UNMdP).

### Resumen

El objetivo de este trabajo es realizar una revisión de la literatura que permita comprender la relación del conocimiento de las fracciones con los factores cognitivos en estudiantes de escolaridad primaria y secundaria. Se realizó una búsqueda de artículos empíricos en las bases de datos Education Research Complete, ERIC, MEDLINE, Primary Search, PsycAR-

TICLES y PsycINFO. Los criterios de inclusión fueron: (a) trabajos empíricos, (b) efectuados con niños de escolaridad primaria o secundaria (de 6 a 18 años de edad), (c) publicados en revistas científicas con referato y (d) redactados en español o inglés. Las investigaciones seleccionadas coinciden respecto de que: (a) la atención predice el conocimiento conceptual y procedimental de las fracciones, (b) el lenguaje y la inteligencia fluida explican

el conocimiento conceptual de las fracciones en la etapa inicial de su enseñanza sistemática y (c) el ejecutivo central contribuye a la predicción del conocimiento conceptual de las fracciones en años avanzados de la escolaridad. Se discuten las implicaciones teóricas y prácticas de estos resultados y se señalan posibles líneas de investigaciones futuras.

**Palabras clave:** *aprendizaje, cognición, fracciones, matemáticas, números racionales.*

## Abstract

Learning fractions presents large difficulties for many children and adults. This is a serious problem, because different studies have shown that fraction knowledge predicts advanced mathematics, like algebra. Adult mathematic knowledge is related to employment opportunities, participation in high-skills occupations and economic and social well-being. Therefore, since fractions represent a backbone in mathematics achievement, understanding the factors that explain fractions learning is very important. Some theories of numerical cognition propose that general cognitive factors, like attention or working memory, contribute to learning mathematics. However, recent research has shown different and contradictory results about which cognitive factors are involved in fraction learning. Identifying the cognitive factors that explain fraction knowledge could lead to early identification of children with potential math learning difficulties and the development of interventions to improve their achievement. Therefore, the aim of this article is to perform a systematic literature review to analyze the relationship among some cognitive factors and fraction knowledge. A systematic literature search could define the state of the art on this topic, identify possible sources of controversy among studies, analyze those reasons to recognize points of agreement and discrepancy among studies and direct all this information towards future research lines.

A systematic search of empirical articles was done on Education Research Complete, ERIC, MEDLINE Primary Search, PsycARTICLES, and PsycINFO databases. Search was carried out on September of 2017, with keywords in Spanish and their translation into English. Search terms were “fractions” (“fracciones”) and “cognitive ability” (“habilidad cognitiva”), “cognitive processes” (“procesos cognitivos”), “working memory” (“memoria de trabajo”), “attention” (“atención”), “intelligence” (“inteligencia”), “speed of processing” (“velocidad de procesamiento”), “inhibition” (“inhibición”) and “language” (“lenguaje”). Articles inclusion criteria were: (a) empirical studies, (b) with scholar age samples (6-18 years old), (c) published on peer review journals, (d) written in spanish or english. Thirteen publications were selected. They agree about attention predicting conceptual and procedural knowledge of fractions between fourth and sixth grade, (b) language and fluid intelligence explains conceptual knowledge of fractions in the initial stage of its systematic teaching, (c) central executive predicts fractions concepts in advanced levels of fraction instruction but not in the initial stages of learning, (d) central executive and fluid reasoning does not predict procedural fraction knowledge when other cognitive factors and mathematical abilities, like attention or whole number calculation skills, are included in the explanation models. In broad terms, these results are in line with some theoretical models of numerical cognition and suggested that cognitive processes and abilities are important to learn fractions. There are some practical implications to these results. Fraction learning could be improved by using pedagogical strategies and didactic materials which maximize cognitive performance. For example, employing novelty and ludic materials for teaching fractions could enable students to focus, maintain attention and improve their learning. Also, short instructions with low linguistic complexity would help students with attention, working memory or language difficulties to afford

fractions activities and achieve a meaningful learning. On the other hand, working memory load to perform complex fraction activities would be reduced if basic fraction concept and procedures are consolidated in long term memory. Therefore, before advancing to more complex fractions activities in higher grades, the teacher should verify that the basic notions of fractions have been learnt and memorized by students. To develop theoretical cognitive models of mathematics learning, future research might analyze if cognitive factors contribute to fractions knowledge mainly through direct or indirect effects (that is, via their effects on others areas of math knowledge which affect fraction learning). On the other hand, the tasks used to measure cognitive factors are not always pure, that is, different cognitive operations are involved in their execution. Future studies might work with latent variables that allow the identification of the share variance between cognitive task, and consequently, the main cognitive factors involved in fractions learning.

**Keywords:** *cognition, fractions, learning, mathematics, rational numbers*

## **Introducción**

El aprendizaje de las fracciones constituye un tema de amplio interés en el campo de la matemática educativa (National Mathematics Advisory Panel, 2008), ya que este conocimiento es uno de los contenidos de la educación básica que explica mejor el logro de conocimientos de matemáticas más avanzados (DeWolf, Bassok y Holyoak, 2015; Siegler et al., 2012; Torbeyns, Schneider, Xin y Siegler, 2015). Distintos estudios indicaron que un porcentaje notorio de niños experimenta dificultades en la comprensión de las fracciones y muchos no alcanzan el grado de conocimientos esperado para su nivel educativo (National Mathematics Advisory Panel, 2008; Secretaria de Evaluación Educativa,

2016). En el contexto argentino, por ejemplo, el 41,4 % de los estudiantes de 6.º año de la escolaridad primaria no logra resolver problemas referidos al campo multiplicativo con fracciones sencillas y únicamente el 19,7 % es capaz de identificar distintas representaciones de fracciones y reconocer equivalencias entre ellas (Secretaria de Evaluación Educativa, 2016). Resultados semejantes se han observado en estudiantes de otros países (e.g., Chan, Leu y Chen, 2007; National Mathematics Advisory Panel, 2008), por lo que identificar los factores que afectan el logro de este conocimiento reviste de interés en diferentes contextos culturales y educativos.

Dentro del conocimiento de las fracciones se han distinguido dos grandes dimensiones: una conceptual y otra procedimental (e.g., Hallett, Nunes, Bryant y Thorpe, 2012; Jordan et al., 2013). La dimensión conceptual incluye las nociones y principios abstractos que rigen este conocimiento (e.g., equivalencia entre fracciones), mientras que la dimensión procedimental involucra el dominio de la secuencia de pasos necesarios para el cálculo aritmético con fracciones o la resolución de actividades problemáticas concretas con estas (e.g., segmentar una línea en partes iguales para luego ubicar el segmento que representa determinado número fraccionario). El aprendizaje de ambas dimensiones ha sido relacionado con factores que pueden considerarse externos o internos al aprendiz. Entre los principales factores externos se han propuesto el currículo, las prácticas pedagógicas y el conocimiento del docente sobre la temática (e.g., Fuchs et al., 2013; Siegler y Lortie-Forgues, 2017). Por otro lado, dentro de los principales factores internos se encuentran el conocimiento matemático previo y las habilidades cognitivas que los estudiantes poseen para afrontar este aprendizaje (e.g., Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2010; Jordan et al., 2013). En este estudio nos focalizaremos en los factores internos.

## Factores internos asociados al aprendizaje de las fracciones

Existen distintos modelos teóricos y amplia evidencia empírica sobre el valor predictor del conocimiento, las habilidades matemáticas previas y la capacidad cognitiva general para el aprendizaje general de las matemáticas (e.g., Geary, 2006; Geary et al., 2008; LeFevre et al., 2010). Además, se observa evidencia empírica consistente con respecto al valor explicativo del conocimiento matemático previo con números naturales para el aprendizaje de las fracciones (Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2012; Vukovic et al., 2014). Sin embargo, los hallazgos respecto a cuáles son los factores cognitivos que predicen el conocimiento de las fracciones son diversos y contradictorios (Hansen et al., 2015; Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2016; Siegler y Pyke, 2013). Los principales factores cognitivos analizados en la literatura fueron propuestos principalmente en función de su asociación con el conocimiento general de la matemática (LeFevre et al., 2010; Van Der Ven, Van Der Maas, Straatemeier y Jansen, 2013); entre estos se encuentran la atención, la inhibición, la inteligencia, el lenguaje y la memoria de trabajo (Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2010; Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2016; Siegler y Pyke, 2013).

Comprender la relación entre los factores cognitivos y el conocimiento de las fracciones permitiría identificar de forma temprana a niños con potenciales dificultades en su aprendizaje y diseñar intervenciones para mejorarlo. Por lo anterior, el objetivo de este trabajo es realizar una revisión sistemática de estudios empíricos que analicen la relación entre los procesos y las habilidades cognitivas, y el aprendizaje de las fracciones. Una revisión sistemática de la literatura permitirá delimitar con precisión el estado del arte sobre este tema, identificar las posibles fuentes de controversias entre los estudios y analizarlas con el propósito de reconocer puntos de consenso y disenso entre las investigaciones,

y orientar el desarrollo de futuros estudios.

Se analizará, en particular, la relación de la atención, la inhibición, la inteligencia, el lenguaje y la memoria de trabajo con el conocimiento de las fracciones. Estos procesos y habilidades han sido seleccionados ya que fueron los más estudiados en relación con el conocimiento de las fracciones.

## Procesos y habilidades cognitivas consideradas en esta revisión

### Atención.

La atención puede ser entendida como un mecanismo vertical de control que permite seleccionar la información relevante para el desarrollo de las actividades o tareas en curso (Monteoliva, Ison y Pattini, 2014). Los estudios que analizaron el rol de la atención en el conocimiento de las fracciones se han focalizado en dos aspectos de esta: la capacidad de focalización atencional (*atención selectiva*) y la capacidad de mantener dicho foco durante periodos prolongados de tiempo (*atención sostenida*) (e.g., Hansen et al., 2015; Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015).

Distintos autores propusieron que la atención facilitaría el aprendizaje de las fracciones al permitir la focalización y concentración en clase (Hansen et al., 2015; Hetch y Vagi, 2010). Sin embargo, en la literatura se observan diferencias con respecto al grado en que este proceso explica la dimensión conceptual y procedimental del conocimiento de las fracciones. Jordan et al. (2013) indicaron que la atención predecía ambas dimensiones, mientras que Namkung y Fuchs (2015) únicamente observaron una asociación con la dimensión procedimental. Establecer si existen diferencias en el valor explicativo de este proceso sobre las dimensiones del conocimiento de las fracciones reviste de interés para las prácticas educativas. La literatura muestra una relación bidireccional entre el aprendizaje de la dimensión conceptual y procedimental (Hecht y Vagi, 2012; Rittle-Johnson, Siegler y Alibali,

2001; Vukovic et al., 2014), por lo que, en estudiantes con problemas atencionales, el aprendizaje general de las fracciones podría mejorarse al focalizar inicialmente la instrucción sobre aquella dimensión que resulta menos dependiente de este proceso.

### **Inhibición.**

El término “inhibición” se refiere a un proceso cognitivo que permite la supresión de la información irrelevante para el logro de metas (Diamond, 2013). Ciertos autores han distinguido diferentes tipos de inhibición según la etapa del procesamiento de la información en la que interviene este mecanismo (Diamond, 2013; Hasher, Lustig y Zacks, 2007). En una etapa inicial, se ha propuesto una *inhibición perceptual* o *de acceso*, la cual opera como un filtro que controla el procesamiento consciente de la información a nivel de la percepción (Hasher et al., 2007). En la etapa intermedia del procesamiento se ha postulado un tipo de *inhibición cognitiva* o *de borrado*. Esta interviene en la supresión de la información que ha eludido el control de la inhibición perceptual o que, habiendo sido previamente relevante, ya no lo es por lo cual debe ser suprimida (Diamond, 2013). Por último, en un momento tardío del procesamiento, a nivel de la conducta, se ha propuesto una *inhibición conductual* o *de restricción*. Esta involucra la capacidad de detener una respuesta prepotente o automatizada para emitir una respuesta más apropiada conforme al contexto.

Diferentes autores señalaron una tendencia robusta en los estudiantes a utilizar el sistema de números naturales para interpretar los datos con fracciones (e.g., “ $\frac{1}{4}$  es mayor que  $\frac{1}{3}$ , porque 4 es mayor que 3”), tendencia que ha sido denominada “sesgo de números naturales” (Ni y Zhou, 2005). Considerando este sesgo, ciertos investigadores sugirieron que la comprensión conceptual de las fracciones exige inhibir la tendencia a percibir, representar y responder ante números fraccionarios como si se tratasen de números naturales

independientes (Gómez et al., 2015; Siegler y Pyke, 2013). Más allá de esto, la evidencia empírica con respecto a la contribución de las diferentes formas de inhibición al aprendizaje de las fracciones es limitada. Relevar la literatura a través de una revisión sistemática permitirá establecer el grado en que las diferentes formas de inhibición se asocian al conocimiento de las fracciones.

### **Lenguaje.**

El lenguaje es la habilidad para utilizar un sistema de signos con el propósito de comunicarse. Involucra aspectos fonológicos, semánticos y sintácticos, así como aspectos relativos a su comprensión y uso pragmático (Gentner, 2003). Los signos lingüísticos son el medio a través del cual los estudiantes reciben instrucción matemática; a su vez, la mayor parte de los problemas trabajados en el área de matemáticas exigen la representación y producción lingüística para su resolución. Diferentes autores sugirieron que el lenguaje interviene en el aprendizaje de los contenidos de matemática que dependen del sistema numérico simbólico (e.g., LeFevre et al., 2010), por lo que resulta esperable que esta habilidad contribuya al aprendizaje de las fracciones.

La evidencia empírica disponible indica que el lenguaje se relaciona con el conocimiento de las fracciones (Cirino et al., 2016; Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2016), no obstante, se observan resultados disímiles en cuanto al carácter directo o mediado de tal relación. Por ejemplo, Vukovic et al. (2014) y Cirino et al. (2016) reportaron que el lenguaje se relacionaba indirectamente con el conocimiento de las fracciones, a través de su impacto sobre otros conocimientos de matemáticas. Sin embargo, Namkung y Fuchs (2015) señalaron que el lenguaje contribuía de forma directa a la predicción del conocimiento de las fracciones. Los modelos explicativos contrastados en tales estudios son distintos y esto podría explicar las diferencias en sus resultados. Disponer de una revisión sistemá-

tica de la literatura permitía delimitar el valor explicativo del lenguaje en el aprendizaje de las fracciones.

### **Inteligencia.**

El término “inteligencia” constituye un constructo complejo sobre el cual se han desarrollado diferentes marcos conceptuales y operativos. A nivel conceptual, la inteligencia puede ser caracterizada como la capacidad de controlar los impulsos con el fin de analizar diferentes alternativas y seleccionar aquella que resulte más adecuada en la resolución de problemas (Thurstone, 1924). Diferentes investigaciones mostraron una relación de la inteligencia con el desempeño académico general (e.g., Alloway y Passolunghi, 2011; Geary et al., 2008), por lo que ciertos autores exploraron si esta se asociaba al aprendizaje de las fracciones (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2016). Los estudios que indagaron en tal relación consideraron dos dimensiones de la inteligencia. Por un lado, una dimensión que depende fuertemente de la experiencia y del aprendizaje cultural (*inteligencia cristalizada*) y, por otro, un componente vinculado a la resolución de problemas, que no depende de la experiencia cultural previa y está asociado a la capacidad de razonamiento abstracto (*inteligencia fluida*) (Cattell, 1943). Algunos de los estudios evaluaron ambas dimensiones de la inteligencia y, en función de estas, estimaron un cociente intelectual (CI) como un indicador general de la capacidad de inteligencia (Hecht y Vagi, 2010; Mou et al., 2016). Por el contrario, otros consideraron únicamente el desempeño en la dimensión fluida de la inteligencia (Jordan et al., 2013; Vukovic et al., 2014). Más allá del indicador de la inteligencia utilizado, la evidencia empírica con respecto a la contribución de esta al conocimiento de las fracciones es diversa. Este trabajo persigue como uno de sus objetivos identificar el valor explicativo de la inteligencia sobre el conocimiento de las fracciones.

### **Memoria de trabajo.**

La memoria de trabajo constituye un sistema de capacidad limitada que interviene en la retención y el procesamiento concurrente de la información. El modelo de Baddeley y Hitch (1974) es uno de los más aceptados actualmente y, en su versión inicial, distingue tres componentes de la memoria de trabajo: dos subsistemas responsables de la retención activa de la información verbal (*bucle fonológico*) y visoespacial (*agenda visoespacial*), y un subsistema de control atencional (*ejecutivo central*), responsable de la focalización y división atencional, y de la actualización, monitoreo y manipulación de la información (Baddeley, 2012). Algunos autores han sugerido que la capacidad de memoria de trabajo facilitaría el aprendizaje de las fracciones y la resolución de problemas con estas al permitir el procesamiento concurrente y controlado de la información numérica representada en fracciones (Geary et al., 2008; Siegler y Pyke, 2013).

Sin embargo, las investigaciones muestran resultados distintos con respecto a la contribución de la memoria de trabajo a la explicación del conocimiento de las fracciones. Analizar y comparar los modelos explicativos contrastados en diferentes investigaciones aportará evidencia que permitiría estimar el valor de este proceso para el aprendizaje de las fracciones.

### **Metodología**

Se realizó una búsqueda sistemática en las bases de datos Education Research Complete, ERIC, MEDLINE, Primary Search, PsycARTICLES, y PsycINFO de artículos científicos que analicen la relación de procesos cognitivos generales con el conocimiento de las fracciones en niños en edad escolar. La búsqueda fue realizada en septiembre de 2017 y se utilizaron palabras claves en español y su correspondiente traducción al inglés. Para hacer esta búsqueda, se combinó el operador booleano *and* con la palabra clave “fracciones” (*fractions*) y con cada uno de los

siguientes términos: “procesos cognitivos” (*cognitive processes*), “habilidad cognitiva” (*cognitive ability*), “memoria de trabajo” (*working memory*), “atención” (*attention*), “inteligencia” (*intelligence*), “velocidad de procesamiento” (*speedy of proccesing*), “inhibición” (*inhibition*) y “lenguaje” (*language*).

Se consideró como criterio de inclusión en esta revisión que las publicaciones obtenidas fueran: (a) trabajos empíricos, (b) efectuados con niños de escolaridad primaria o secundaria (de 6 a 18 años de edad), (c) publicados en revistas científicas con referato y (d) redactados en español o inglés.

Con el fin de identificar los trabajos que respondan a los criterios de inclusión mencionados previamente, se analizaron los títulos y resúmenes del conjunto de publicaciones obtenidas y se seleccionaron 29 trabajos empíricos. Se revisó el texto completo de los artículos y se extrajeron los estudios que respetaban los parámetros establecidos. Luego de la revisión de la literatura obtenida, se analizaron los estudios empíricos citados en los trabajos seleccionados y se incorporaron en esta revisión aquellos que cumplieran con los criterios de inclusión. Como consecuencia de este proceso sistemático, fueron seleccionadas 13

publicaciones que analizaban el efecto directo y/o mediado de diferentes variables cognitivas sobre el conocimiento de las fracciones.

Conforme a lo señalado por distintos estudios, se consideraron como una forma de medición de los aspectos conceptuales las tareas de ubicación de fracciones en la línea numérica, representación gráfica y comparación de fracciones (Hallet et al., 2010; Jordan et al., 2013). Por otra parte, se consideraron tareas de evaluación de la dimensión procedimental aquellas que involucraran actividades de cálculo aritmético y resolución de problemas verbales que implicaran el cálculo aritmético con fracciones.

## Resultados

Los estudios seleccionados difieren notablemente entre sí con respecto a los modelos explicativos del conocimiento de las fracciones contrastados. A fin de facilitar la apreciación de estas diferencias, en la Tabla 1 se presentan las investigaciones consideradas en esta revisión, con el detalle de tales aspectos y sus principales resultados. Las implicaciones teóricas y prácticas de estos serán analizadas en el apartado discusión.

Tabla 1. Modelos explicativos contrastados y principales resultados de las investigaciones revisadas.

Estudio y diseño	Dimensión de fracciones estudiada (año escolar de evaluación)	Predictores considerados (año escolar de evaluación)	Principal análisis
Vukovic et al. (2014). Long.	Conceptual (4.º)	Atención (1.º) ~; agenda visoespacial (1.º) ~; ejecutivo central (1.º) <i>ns</i> ; IF (1.º) <i>ns</i> ; lenguaje (vocabulario y comprensión) (1.º) ~; cálculo n. naturales (2.º) +; c. n. naturales (1.º; 2.º) +	Análisis de senderos
Jordan et al. (2013). Long.	Conceptual y procedimental (4.º)	Atención (3.º) + *; cálculo naturales (3.º) + *; c. n. naturales (3.º) + *; ejecutivo central (3.º) *; IF (3.º) +; lectura (3.º) +; lenguaje (vocabulario) (3.º) +	Regresión múltiple
Rinne, Ye, y Jordan (2017). Long.	Conceptual (4.º, 5.º y 6.º)	Atención (3.º)+; conocimiento n. naturales (3.º)+; c. matemático previo (3.º)+; ejecutivo central (3.º) <i>ns</i> ; fluidez de lectura (3.º) <i>ns</i> ; IF (3.º)+; lenguaje (vocabulario) (3.º) +	Análisis de transición latente
Namkung y Fuchs (2015). Long.	Conceptual y procedimental (4º fin)	Atención (4.º inicio) *; cálculo n. naturales (4.º inicio) <i>ns</i> ; c. n. naturales (4.º inicio) <i>ns</i> ; ejecutivo central (4.º inicio) <i>ns</i> ; inhibición perceptual (4.º inicio) *; IF (4.º inicio) +; lenguaje (vocabulario y comprensión) (4.º inicio) +*; lenguaje (formación de conceptos) (4º inicio) <i>ns</i>	Análisis de senderos
Resnick et al. (2016). Long.	Conceptual (4.º, 5.º y 6.º)	Atención (4.º)+; c. n. naturales(4.º) +; lectura (4.º) <i>ns</i> ; cálculo multiplicación n. naturales + (4.º)	Regresión logística multinominal

Notas: c. n.: conocimiento números; IF: inteligencia fluida; *ns* no significativo; + relación directa con el conocimiento conceptual; \* relación directa con el conocimiento procedimental; ~ relación indirecta medida con el conocimiento conceptual.



Tabla 1 (continuación).

Estudio y diseño	Dimensión de fracciones estudiada (año escolar de evaluación)	Predictores considerados (año escolar de evaluación)	Principal análisis
Hecht y Vagi (2010) Long	Procedimental (5.º)	Atención (4.º) *; cálculo n. naturales (4.º) *; CI (vocabulario e IF) (4.º); conceptual fracciones (4.º) *; ejecutivo central (4.º); lectura (4.º)	Regresión múltiple
Gómez et al. (2015) Transv.	Conceptual (5.º, 6.º y 7.º)	Inhibición conductual~; conoc. gral. de matemáticas	Regresión logística
Meert et al. (2010) Transv.	Conceptual (5.º y 7.º)	Inhibición cognitiva +	ANOVA
Hansen et al. (2015) Long.	Conceptual y procedimental (6.º)	Atención (5.º) + *; división n. naturales + * (5.º); cálculo multiplicación n. naturales *; c. n. naturales (5.º) + *; ejecutivo central (5.º) +; lectura (5.º) <i>ns</i> ; razonamiento con proporciones (5.º) +	Regresión múltiple
Cirino et al. 2016 Transv.	Conceptual y procedimental (6.º)	Cálculo n. naturales *+; conocimiento n. naturales^; ejecutivo central^; habilidades visoespaciales <i>ns</i> ; lenguaje (vocabulario, asociación y manipulación sintáctica)^; procesamiento numérico no simbólico <i>ns</i>	Análisis de senderos
Siegler y Pyke (2013) Transv.	Procedimental (6.º y 8.º)	C. conceptual fracciones *; división n. naturales *; ejecutivo central (* solo 8.º); inhibición perceptual (* solo 8.º); lectura *	Regresión múltiple
Bailey et al. (2014) Long.	Conceptual (8.º) y procedimental (7.º)	cálculo n. naturales + * (1.º) +; c. n. naturales (1.º) +; ejecutivo central (1.º) +; IF (1.º)	Regresión múltiple
Mou et al. 2016 Long.	Conceptual (8.º y 9.º)	Atención (2.º, 3.º y 4.º) <i>ns</i> ; ejecutivo central (1.º y 5.º) (solo 9.º) +; CI (vocabulario e IF) (1.º) + (solo 8.º); conocimiento n. naturales (1.º y 6.º) (solo 9.º) +; cálculo adición n. naturales (1.º y 6.º) <i>ns</i> ; c. matemático previo (7.º) <i>ns</i> ; c. conceptual fracciones (7.º)+; c. procedimental fracciones (7.º) (solo 9.º)+	Análisis de factor de Bayes

Notas: *c.*: conocimiento; *ns*: no significativo; +: relación directa con el conocimiento conceptual; \*relación directa con el conocimiento procedimental; ~ relación indirecta medida con el conocimiento conceptual; ^relación indirecta con el conocimiento conceptual y procedimental.

Con el propósito de facilitar la comparación de los resultados entre estudios, a continuación se presentan, en apartados independientes, las relaciones reportadas entre cada factor cognitivo y el conocimiento de las fracciones.

### **Atención y conocimiento de fracciones**

Las investigaciones revisadas coinciden, en general, con respecto a que la atención explica el conocimiento conceptual y procedimental de las fracciones en diferentes años escolares (e.g., Hansen et al., 2015; Hetch y Vagi, 2010; Jordan et al., 2013; Resnick et al., 2016; Rinne et al., 2017; para resultados distintos en relación con el conocimiento conceptual en 4.º año ver Namkung y Fuchs, 2016, y en 8.º y 9.º año, Mou et al., 2016). El valor predictor de este proceso se observó en investigaciones con modelos de análisis multivariados que –además de la atención– consideraban el efecto del ejecutivo central (Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2010; Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017), la inteligencia fluida (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017), el lenguaje (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017), la inhibición (Namkung y Fuchs, 2015), el conocimiento de los números naturales y la capacidad de cálculo con ellos (Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2010; Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Resnick et al., 2016; Rinne et al., 2017).

Además, parte de los estudios revisados indican que la capacidad de atención en 3.º y 4.º año afecta la trayectoria de aprendizaje de las fracciones entre 4.º y 6.º año (Resnick et al., 2016; Rinne et al., 2017). El efecto longitudinal de la atención sobre el conocimiento de las fracciones se observó al controlar la capacidad de inteligencia fluida, el lenguaje, el ejecutivo central (Rinne et al., 2017), el cálculo con números naturales y el conocimiento de estos (Resnick et al., 2016; Rinne et al., 2017).

### **Inhibición y conocimiento de fracciones**

Las investigaciones que consideraron el efecto de la inhibición sobre el conocimiento de las fracciones son escasas. Estas difieren con respecto al tipo inhibitorio considerado y el conjunto de variables incluidas en los modelos predictores. Meert, Gregoire, y Noel (2010) reportaron una relación directa de la inhibición cognitiva con el conocimiento conceptual de las fracciones en estudiantes de 5.º y 7.º año. Por otro lado, Gómez et al. (2015) indicaron que la inhibición conductual predecía indirectamente –a través del conocimiento general de matemática– el conocimiento conceptual de fracciones en estudiantes de 5.º, 6.º y 7.º año. Por último, Siegler y Pyke (2013) indicaron que la inhibición perceptual contribuía a la explicación del conocimiento de las fracciones en 8.º año, pero no en 6.º año.

### **Memoria de trabajo y conocimiento de fracciones**

La mayor parte de las investigaciones revisadas se han focalizado en el rol del ejecutivo central sobre el aprendizaje de las fracciones. Dichas investigaciones coinciden en que este no contribuye significativamente a la predicción del conocimiento conceptual de las fracciones en 4.º año cuando se incluyen otros factores cognitivos –tales como la atención, la inteligencia fluida y el lenguaje– en los modelos explicativos (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2016; Rinne et al., 2017; Vukovic et al., 2014). Sin embargo, los estudios revisados indican que este componente de la MT predice el conocimiento conceptual de las fracciones en años posteriores de la escolaridad (e.g., 6.º año, Hansen et al., 2015; 8.º año, Bailey, Siegler y Geary, 2014 y 9.º año, Mou et al., 2016). Es importante mencionar que uno de los estudios revisados aporta evidencia en un sentido contrario a la afirmación anterior. Puntualmente, Rinne et al. (2017) indicaron que la capacidad del

ejecutivo central en 3.º año no predecía los cambios en el conocimiento conceptual de las fracciones entre 4.º y 6.º año cuando se consideraban, además, como predictores de la trayectoria de aprendizaje a la atención, la inteligencia fluida, el lenguaje, la capacidad de lectura y el conocimiento de números naturales y el cálculo con estos.

Por último, la mayor parte de los estudios revisados señala que el ejecutivo central no predice el conocimiento procedimental de las fracciones en 4.º, 5.º, 6.º y 7.º año (Bailey et al., 2014; Hansen et al., 2015; Hetch y Vagi, 2010; Namkung y Fuchs; Siegler y Pyke, 2013; para resultados diferentes en 4.º año ver Jordan et al., 2013 y en 8.º año Siegler y Pyke, 2013), cuando se consideran otras variables, tales como la atención (Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2010; Namkung y Fuchs, 2015), el lenguaje (Namkung y Fuchs, 2015), la capacidad de cálculo con números naturales (Bailey, 2014) y el conocimiento de dichos números (Hansen et al., 2015) en los modelos explicativos.

### **Lenguaje y conocimiento de fracciones**

La mayor parte de los estudios que analizaron el efecto directo del lenguaje sobre el conocimiento conceptual de las fracciones se focalizaron en el 4.º año escolar y, en general, coinciden en que esta habilidad constituye un predictor directo del conocimiento conceptual de las fracciones (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017; para resultados diferentes ver Vukovic et al., 2014). El valor explicativo del lenguaje resultó significativo cuando en los modelos se consideraba también el efecto de la atención (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017), el ejecutivo central (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015), el conocimiento de números naturales y la capacidad de cálculo con ellos (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017).

Sin embargo, la literatura muestra resultados distintos con respecto a la contribución

del lenguaje al conocimiento procedimental de las fracciones en 4.º año. Namkung y Fuchs (2016) reportaron que ciertos aspectos del lenguaje (vocabulario y comprensión) explicaban este conocimiento; mientras que Jordan et al. (2013) no hallaron tal relación.

Por otra parte, la asociación del lenguaje con el conocimiento de las fracciones en años más avanzados de la escolaridad fue contrastada en un único estudio (Cirino et al., 2016). En él, se indicó que el lenguaje se relacionaba indirectamente —a través de su efecto sobre el conocimiento y cálculo con números naturales— con el desempeño general en 6.º año luego de analizar una tarea de fracciones que incluía aspectos conceptuales y procedimentales.

### **Inteligencia fluida, CI y conocimiento de fracciones**

Con respecto al rol de la inteligencia fluida y el CI en la explicación del conocimiento de las fracciones, las investigaciones revisadas coinciden en que la inteligencia fluida contribuye de forma directa a la explicación del conocimiento conceptual de las fracciones en 4.º año (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017; para resultados diferentes ver Vukovic et al., 2014). El efecto predictor de esta variable se observó en modelos explicativos multivariados que contrastaban —además del efecto de la inteligencia fluida— el valor del lenguaje (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015), la atención (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017), el ejecutivo central (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015), el conocimiento de números naturales y la capacidad de cálculo con estos (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017). Sin embargo, la evidencia empírica respecto a su contribución luego del 4.º año escolar es escasa y diversa. Rinne et al. (2017) indicaron que la inteligencia fluida contribuía a la explicación de los cambios en el conocimiento conceptual de las fracciones entre 4.º y 6.º año; mientras que Bailey et al. (2014) no

hallaron que esta habilidad en 1.º año explique el conocimiento de las fracciones en 8.º año.

Con respecto a la contribución de la inteligencia fluida y el CI al conocimiento procedimental de las fracciones, los estudios revisados coinciden en que ninguno de estos elementos contribuye a la explicación del conocimiento procedimental de las fracciones en 4.º (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2016), 5.º (Hecht y Vagi, 2010) o 7.º año (Bailey et al., 2014).

## Discusión y conclusiones

El objetivo de este trabajo fue identificar a través de una revisión de la literatura las variables cognitivas que explican el conocimiento de las fracciones en estudiantes de escolaridad primaria y secundaria. En términos generales los estudios revisados coinciden en: (a) el valor predictor de la atención sobre el conocimiento conceptual y procedimental de las fracciones entre 4.º y 6.º año (Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2010; Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2016; Vukovic et al., 2014; Rinne et al., 2017; Resnick et al., 2016), (b) el rol explicativo del lenguaje y la inteligencia fluida sobre el conocimiento conceptual de las fracciones en 4.º año (Jordan et al., 2013; Namkung y Fuchs, 2015; Rinne et al., 2017), (c) la ausencia de una contribución significativa del ejecutivo central al conocimiento conceptual de las fracciones en 4.º año, y de este proceso y la inteligencia fluida al conocimiento procedimental en diferentes años escolares cuando se incluyen otros factores cognitivos en los modelos explicativos (e.g., Bailey et al., 2014; Hansen et al., 2015; Hecht y Vagi, 2010; Namkung y Fuchs; Siegler y Pyke, 2013), y, por último, (d) el valor explicativo del ejecutivo central sobre el conocimiento conceptual de las fracciones en años avanzados de la escolaridad (6.º, 8.º y 9.º año) (Bailey, Siegler y Geary, 2014; Hansen et al., 2015; Mou et al., 2016).

El aprendizaje de las fracciones implica un gran esfuerzo para los niños, ya que deben

incorporar una serie de nociones contrarias a su conocimiento previo de los números naturales. Por ejemplo, los números fraccionarios involucran –a diferencia de los números naturales– múltiples sucesores y antecesores, su multiplicación no puede ser interpretada como una suma reiterada y su división no siempre conduce a una respuesta menor al dividendo. Adicionalmente, presentan un menor uso cotidiano que los números naturales, por lo que su aprendizaje resulta más dependiente de la instrucción formal en matemáticas.

Los obstáculos descriptos explicarían el valor predictor de la atención en el aprendizaje de las fracciones entre 4.º y 6.º año. Focalizar y sostener la atención sobre la información académica relevante facilitaría a los estudiantes la comprensión del concepto de fracción y su aplicación en diversos procedimientos. Es decir, los estudiantes con mayor capacidad atencional se beneficiarán más de la instrucción docente y así experimentarán menos dificultades en el aprendizaje de las fracciones durante los primeros años de la enseñanza de este concepto.

Por otra parte, la importancia del lenguaje para el aprendizaje de la matemática ha sido señalada por diferentes autores (LeFevre et al., 2010; Vukovic y Lesaux, 2013). El procesamiento simbólico del lenguaje es clave en la representación y comprensión de los conceptos matemáticos. Los signos lingüísticos son el medio a través del que los estudiantes reciben instrucción matemática y la mayor parte de los problemas de matemáticas exigen la representación y producción lingüística para su resolución. Tal como fue mencionado, el inicio de la enseñanza de las fracciones marca una discontinuidad con respecto al conocimiento numérico previo de los niños, por lo que la capacidad de procesamiento simbólico implicada en el lenguaje facilitaría la integración del concepto de fracción al conocimiento matemático preexistente.

Por otro lado, la asociación entre la inteligencia fluida y el conocimiento conceptual de las fracciones indica que la capacidad

de razonamiento abstracto interviene en la comprensión del concepto de fracción. El razonamiento abstracto involucra la resolución de problemas a través de la identificación y el procesamiento de patrones de relaciones abstractas entre los elementos. El concepto de fracción engloba diferentes sentidos que implican representarlas como: (a) una relación parte-entero (asociación entre un entero y un número de partes iguales en las cuales se divide), (b) un cociente (es decir, como el resultado de una operación de reparto), (c) un operador (esto es, como una función operatoria aplicada a otra magnitud; e.g.,  $\frac{3}{4}$  de 10), (d) una razón (como un índice comparativo entre dos cantidades), y (e) una forma de medición de la magnitud (como un modo de representación de las magnitudes) (Behr, Harel, Post y Lesh, 1993; Kieren, 1976). La identificación y comprensión de tales sentidos requiere identificar y abstraer relaciones numéricas entre magnitudes, ya sea en un formato verbal (e.g., calcular  $\frac{2}{3}$  de 12) como no verbal (sombrear  $\frac{2}{6}$  de una figura fragmentada en 12 partes de igual tamaño). Lo anterior explicaría que los estudiantes con una mayor capacidad de inteligencia fluida experimenten menos dificultades en la representación y comprensión del concepto de fracción.

Por último, los estudios revisados señalan que el ejecutivo central contribuye a la explicación del conocimiento conceptual de las fracciones en años avanzados de la escolaridad (6.º, 8.º y 9.º año). A medida que los estudiantes avanzan en su escolaridad, la complejidad del contenido de números fraccionarios se incrementa. El ejecutivo central permite la focalización y la división atencional, así como la actualización, monitoreo y manipulación de la información (Baddeley, 2012). De esta forma, este componente cognitivo resultaría clave en la resolución de problemas complejos con fracciones que requieren el procesamiento controlado y la actualización de la información.

En términos generales, los resultados de la revisión de la literatura efectuada aportan

evidencia a favor de aquellos modelos teóricos de la cognición matemática que señalan un importante rol de factores cognitivos generales para el logro de este conocimiento (Geary et al., 2006; LeFevre et al., 2010). La contribución del ejecutivo central y de la inteligencia fluida para la predicción del aprendizaje de las fracciones parecería variar a lo largo de la escolaridad y según la dimensión de las fracciones. Este hallazgo se corresponde con las actualizaciones recientes de los modelos de Geary et al. (2006) y LeFevre et al. (2010), los cuales indican que el valor explicativo de factores cognitivos sobre el aprendizaje varía en diferentes años escolares y según el dominio que se tenga de las matemáticas (Fuchs, Geary, Fuchs, Compton y Hamlett, 2016; Sowinski et al., 2015).

Sin embargo, también resulta posible que la contribución de la memoria de trabajo y la inteligencia fluida al conocimiento de las fracciones sea constante a lo largo de la escolaridad. Estos factores comparten varianza entre sí y, además, con la atención, la inhibición y el lenguaje (Arán Filippetti y Richaud, 2017; Engle, Tuholski, Laughlin, y Conway, 1999; Miyake et al., 2000; Richard's et al., 2017). Las variaciones en el conjunto de procesos cognitivos considerados en los estudios, o el orden de su ingreso en los modelos estadísticos, podrían afectar las relaciones observadas entre estos procesos y el conocimiento de las fracciones. Además, es posible que cuando se consideran conjuntamente factores cognitivos y el conocimiento matemático previo en los modelos explicativos, el valor predictor de los primeros quede opacado por el segundo. Diferentes estudios han indicado que los factores cognitivos analizados en este trabajo explican el conocimiento y la capacidad de cálculo con números naturales (e.g., LeFevre, et al., 2010; Van Der Ven, Van Der Maas, Straatemeier y Jansen, 2013). Este conocimiento predice a su vez el aprendizaje de las fracciones (Jordan et al., 2013; Rinne, Ye y Jordan, 2017), por lo que sería posible que la relación entre los factores cognitivos

y el conocimiento de las fracciones ocurra de forma medida a través de su efecto sobre el conocimiento de números naturales. A fin de impulsar el desarrollo de los modelos teóricos de cognición matemática, en investigaciones futuras sería conveniente determinar el grado en que la varianza, común y/o independiente, de diferentes factores cognitivos explica el conocimiento de las fracciones en diferentes años escolares y si este efecto ocurre principalmente de forma directa o mediada.

### Implicaciones prácticas

Los resultados de esta revisión presentan importantes implicaciones prácticas, ya que sugieren que el aprendizaje de las fracciones podría mejorarse a través del uso de estrategias pedagógicas y materiales didácticos que maximicen el rendimiento de los factores cognitivos involucrados en este aprendizaje. En la literatura se indicó que las actividades novedosas con materiales lúdicos y estimulantes favorecen la focalización y la atención sostenida por parte de los alumnos (Reiber y McLaughlin, 2004). Existe evidencia, por ejemplo, de que el uso de LEGOS incrementa el interés de los estudiantes y promueve la comprensión conceptual de las fracciones (Rejeki, Setyaningsih y Toyib, 2017). La atención se encuentra ligada al interés intrínseco que los estímulos disparan (Banerjee, Frey, Molholm y Foxe, 2015), por lo que los materiales lúdicos constituyen una herramienta válida para la enseñanza. Sin embargo, es importante resaltar que su empleo requiere de una apropiada planificación pedagógica que oriente los recursos cognitivos mencionados en este artículo hacia el logro de un conocimiento significativo (Rejeki et al., 2017).

Por otra parte, tal como fue mencionado, el lenguaje, la memoria de trabajo y la atención se encuentran relacionados entre sí. La comprensión de instrucciones complejas y extensas puede demandar en exceso los recursos limitados de procesamiento de la memoria de trabajo, lo que dificultaría la foca-

lización atencional sobre la información clave para la resolución de problemas con fracciones. Por lo anterior, el empleo de instrucciones breves y segmentadas, que presenten baja complejidad lingüística, facilitaría la resolución de actividades con fracciones y la consecuente comprensión de conceptos novedosos en estudiantes con dificultades atencionales, de memoria de trabajo y/o de lenguaje (Reiber y McLaughlin, 2004). Asimismo, las actividades problemáticas que incluyan consignas y elementos multimedia (texto e imagen) podrían facilitar, en estudiantes con dificultades lingüísticas y de memoria de trabajo, la comprensión de los pasos que deben seguir para su resolución eficiente (Irrazabal, Saux y Burin, 2016). Además, incrementar la familiaridad del material y el vocabulario involucrado en las situaciones problemáticas planteadas prevendría la carga excesiva de la memoria de trabajo a fin de facilitar la resolución de las actividades y el consecuente aprendizaje (Gathercole y Alloway, 2008).

### Referencias bibliográficas

- Alloway, T. P. y Passolunghi, M. C. (2011). The relationship between working memory, IQ, and mathematical skills in children. *Learning and Individual Differences, 21*(1), 133-137. doi: 10.1016/j.lindif.2010.09.013
- Arán Filippetti, V. y María Cristina Richaud, M. C. (2017). A structural equation modeling of executive functions, IQ and mathematical skills in primary students: Differential effects on number production, mental calculus and arithmetical problems. *Child Neuropsychology, 23* (7), 864-888, doi: 10.1080/09297049.2016.1199665
- Bailey, D. H., Siegler, R. S. y Geary, D. C. (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. *Developmental Science, 17*(5), 775-785. doi: 10.1111/desc.12155
- Baddeley, A.D. y Hitch, G.J. (1974). Working memory. In G.A. Bower (Ed.), *The Psychology of Learning and Motivation: Advances in Research and Theory* (pp. 47-89). New

- York: Academic. doi: 10.1016/S0079-7421(08)60452-1
- Baddeley, A. (2012). Working Memory: Theories, Models, and Controversies. *Annual Review of Psychology*, 63, 1-29. doi: 10.1146/annurev-psych-120710-100422
- Behr, M.J., Harel, G., Post, T. y Lesh, R. (1993). Rational numbers: Toward a semantic analysis-emphasis on the operator construct. In T.P. Carpenter, E. Fennema and T.A. Romberg (eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research*, Lawrence (pp. 13-47). Erlbaum Associates: New Jersey.
- Banerjee, S., Frey, H. P., Molholm, S. y Foxe, J. J. (2015). Interests shape how adolescents pay attention: the interaction of motivation and top-down attentional processes in biasing sensory activations to anticipated events. *European Journal of Neuroscience*, 41, 818-834. doi: 10.1111/ejn.12810
- Cattell, R. B. (1943). The measurement of adult intelligence. *Psychological Bulletin*, 40 (3), 153-193. doi: 10.1037/h0059973
- Chan, W.-H., Leu, Y.-C. y Chen, C.-M. (2007). Exploring group-wise conceptual deficiencies of fractions for fifth and sixth graders in Taiwan. *Journal of Experimental Education*, 76, 26-57. doi: 10.3200/JEXE.76.1.26-58
- Cirino, P. T., Tolar T. D., Fuchs, L. S. y Huston-Warren, E. Cognitive and numerosity predictors of mathematical skills in middle school. *J Exp Child Psychol*, 2016; 145, 95-119. PMID:26826940 doi: 10.1016/j.jecp.2015.12.010
- DeWolf, M., Bassok, M. y Holyoak, K. J. (2015). From rational numbers to algebra: Separable contributions of decimal magnitude and relational understanding of fractions. *Journal of Experimental Child Psychology*, 133, 72-84. doi: 10.1016/j.jecp.2015.01.013
- Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual Review of Psychology*, 64, 135-168. doi: 10.1146/annurev-psych-113011-143750
- Engle, R. W., Tuholski, S. W., Laughlin, J. E. y Conway, A. R. (1999). Working memory, short-term memory, and general fluid intelligence: a latent-variable approach. *Journal of Experimental Psychology: General*, 128(3), 309. doi: 10.1037
- Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Hamlett, C. L., Cirino, P. T. y Changas, P. (2013). Improving at-risk learners' understanding of fractions. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 683. doi: 10.1037/a0032446
- Fuchs, L. S., Geary, D. C., Fuchs, D., Compton, D. L. y Hamlett, C. L. (2016). Pathways to third-grade calculation versus word-reading competence: Are they more alike or different? *Child Development*, 87, 558-567. <http://dx.doi.org/10.1111/cdev.12474>
- Gathercole, S. E. y Alloway, T. P. (2008). Working memory and learning. A practical guide for teachers. Sage publication: London.
- Geary, D. C. (2006). Development of mathematical understanding. In D. Kuhl, R. S. Siegler (Vol. Eds.), Cognition, perception, and language. W. Damon (Gen Ed.), *Handbook of child psychology* (6th ed., pp. 777-810). New York: John Wiley & Sons. doi: 10.1002/9780470147658.chpsy0218
- Geary, D. C., Boykin, A. W., Embretson, S., Reyna, V., Siegler, R., Berch, D. B. y Graban, J. (2008). Report of the task group on learning processes. *National mathematics advisory panel, reports of the task groups and subcommittees*, 4-1.
- Gentner, D. (2003). *Language in mind: Advances in the study of language and thought*. London: MIT Press.
- Gómez, D. M., Jiménez, A., Bobadilla, R., Reyes, C. y Dartnell, P. (2015). The effect of inhibitory control on general mathematics achievement and fraction comparison in middle school children. *ZDM Mathematics Education*, 47(5), 801-811. doi: 10.1007/s11858-015-0685-4
- Hallett, D., Nunes, T., Bryant, P. y Thorpe, C. M. (2012). Individual differences in conceptual and procedural fraction understanding: The role of abilities and school experience. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(4), 469-486. doi: 10.1016/j.jecp.2012.07.009
- Hansen, N., Jordan, N. C., Fernandez, E., Siegler, R. S., Fuchs, L., Gersten, R. y Micklos, D.

- (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, 35, 34-49. doi: 10.1016/j.cogdev.2015.02.001
- Hasher, L., Lustig, C. y Zacks, R. T. (2007). Inhibitory mechanisms and the control of attention. In A. Conway, C. Jarrold, M. Kane, A. Miyake, A., y J. Towse (Eds.), *Variation in working memory* (pp. 227-249). New York: Oxford University Press. <https://dx.doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195168648.003.0009>.
- Hecht, S.A. y Vagi, K.J. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of Educational Psychology*, 102(4), 843-59. doi: 10.1037/a0019824
- Hecht, S. A. y Vagi, K. J. (2012). Patterns of strengths and weaknesses in children's knowledge about fractions. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111(2), 212-229. doi: 10.1016/j.jecp.2011.08.012
- Irrazabal, N., Saux, G. y Burin, D. (2016). Formato de presentación, experticia y memoria de trabajo en la comprensión de instrucciones [Presentation format, expertise and working memory in understanding instructions]. *Interdisciplinaria*, 33, 2, 215-229. doi: 10.16888/interd.2016.33.2.2
- Jordan, N., Hansen, N., Fuchs, L., Siegler, R., Gersten, R. y Micklos, D. (2013). Developmental predictors of fraction concepts and procedures. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116 (1), 45-58. . doi: 10.1016/j.jecp.2013.02.001
- Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop ERIC/SMEAC* (pp. 101-144). Columbus: OH.
- LeFevre, J., Fast, L., Skwarchuk, S., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D. y Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, 81 (6), 1753-1767. doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x
- Meert, G., Gregoire, J. y Noel, M. P. (2010). Comparing the magnitude of two fractions with common components: Which representations are used by 10- and 12-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107 (3), 244-259. doi: 10.1016/j.jecp.2010.04.008
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A. y Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex "frontal lobe" tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, 41(1), 49-100. doi: 10.1006/cogp.1999.0734
- Monteoliva, J. M., Ison, M. S. y Pattini, A. E. (2014). Evaluación del desempeño atencional en niños: eficacia, eficiencia y rendimiento [Attentional performance assessment in children: effectiveness, efficiency and yield]. *Interdisciplinaria*, 31(2), 213-225. Disponible en: <[http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1668-70272014000200002&lng=es&nr-m=iso](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1668-70272014000200002&lng=es&nr-m=iso)>.
- Mou, Y., Li, Y., Hoard, M. K., Nugent, L. D., Chu, F. W., Rouder, J. N. y Geary, D. C. (2016). Developmental foundations of children's fraction magnitude knowledge. *Cognitive Development*, 39, 141-153. doi: 10.1016/j.cogdev.2016.05.002
- Namkung, J. M. y Fuchs, L. S. (2016). Cognitive predictors of calculations and number line estimation with whole numbers and fractions among at-risk students. *Journal of Educational Psychology*, 108(2), 214-228. doi: 10.1037/edu0000055
- National Mathematics Advisory Panel (2008). Foundations for success: The final report of the national mathematics advisory panel. Washington, DC: U.S. Department of Education. Recuperado el 25 de octubre de 2016 de <http://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>
- Ni, Y. y Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27-52. doi: 10.1207/s15326985ep4001\_3
- Reiber, C. y McLaughlin, T. F. (2004). Classroom Interventions: Methods to Improve Academic Performance and Classroom Behavior for Students with Attention-Deficit/Hyperactivity



- Disorder. *International Journal of Special Education*, 19(1), 1-13.
- Rejeki, S., Setyaningsih, N. y Toyib, M. (2017). Using LEGO for Learning Fractions, Supporting or Distracting? *AIP Conference Proceedings* 1848, 040016. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4983954>
- Resnick, I., Jordan, N. C., Hansen, N., Rajan, V., Rodrigues, J., Siegler, R. S. y Fuchs, L. S. (2016). Developmental growth trajectories in understanding of fraction magnitude from fourth through sixth grade. *Developmental Psychology*, 52(5), 746. doi: 0.1037/dev0000102
- Richard's, M. M., Vernucci, S., Zamora, E., Canet Juric, L., Introzzi, I. y Guardia, J. (2017). Contribuciones empíricas para la validez de grupos contrastados de la Batería de Tareas de Autorregulación Cognitiva (TAC) [Empirical contributions for contrasting groups validity of the Tareas de Autorregulación Cognitiva (TAC) Battery]. *Interdisciplinaria*, 34 (1), 173-192.
- Rinne, L. F., Ye, A. y Jordan, N. C. (2017). Development of fraction comparison strategies: A latent transition analysis. *Developmental Psychology*, 53(4), 713-730. <http://dx.doi.org/10.1037/dev0000275>.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. y Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: an iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93, 346-362. doi: 10.1037//0022-0663.93.2.346.
- Secretaría de Evaluación Educativa (2016). Aprender 2016 Primer informe de resultados [Aprender 2016 first results report]. Recuperado el 10 de agosto de 2017 de <http://educacion.gob.ar/secretaria-de-evaluacion-educativa/seccion/192/resultados-aprender-2016>
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M. y Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23, 691- 697. doi: 10.1177/0956797612440101
- Siegler, R. S. y Lortie-Forgues, H. (2017). Hard lessons: Why rational number arithmetic is so difficult for so many people. *Current Directions in Psychological Science*, 26(4), 346-351. doi: 10.1177/0963721417700129.
- Siegler, R. S. y Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, 94 (10), 1994-2004. doi: 10.1037/a0031200
- Sowinski, C., LeFevre, J.A., Skwarchuk, S. L., Kamawar, D., Bisanz, J. y Smith-Chant, B. (2015). Refining the quantitative pathway of the Pathways to Mathematics model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 131, 73-93. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2014.11.004>
- Torbeyns, J., Schneider, M., Xin, Z. y Siegler, R. S. (2015). Bridging the gap: Fraction understanding is central to mathematics achievement in students from three different continents. *Learning and Instruction*, 37, 5-13. doi: 10.1016/j.learninstruc.2014.03.002
- Thurstone, L. L. (1924). The nature of general intelligence and ability (III). *British Journal of Psychology*, 14(3), 243-247. doi: 10.1111/j.2044-8295.1924.tb00134.x
- van der Ven, S. H., van der Maas, H. L., Straatemeier, M. y Jansen, B. R. (2013). Visuospatial working memory and mathematical ability at different ages throughout primary school. *Learning and Individual Differences*, 27, 182-192. doi: 10.1016/j.lindif.2013.09.003
- Vukovic, R. K., Fuchs, L. S., Geary, D. C., Jordan, N. C., Gersten, R. y Siegler, R. S. (2014). Sources of individual differences in children's understanding of fractions. *Child Development*, 85(4), 1461-1476. doi: 10.1111/cdev.12218
- Vukovic, R. K. y Lesaux, N. K. (2013). The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115, 227-244. doi: 10.1016/j.jecp.2013.02.002

Recibido: 13 de diciembre de 2017

Aceptado: 22 de octubre de 2019