

Antecedentes de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI): características y génesis

Parra, Verónica^{1,2}, Otero, María Rita^{1,2}

vparra@exa.unicen.edu.ar, rotero@exa.unicen.edu.ar

¹Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA), Buenos Aires, Argentina.

²Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Buenos Aires, Argentina

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo describir el constructo teórico denominado recorridos de estudio e investigación (REI). Esta descripción se focaliza en el constructo “dialécticas”: prácticas esenciales para el desarrollo de un REI. En el marco de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), los REI se definen como un dispositivo cuyo principal objetivo es generar y desarrollar relaciones funcionales con el saber, en el marco del paradigma denominado de la investigación y del cuestionamiento del mundo (PICM). Este paradigma adopta filosofías, teorías, principios y constructos completamente opuestos al paradigma tradicional, llamado monumental.

Palabras clave: Teoría antropológica de lo didáctico, Recorrido de estudio e investigación, Dialécticas.

Revisão bibliográfica das percurso de estudo e pesquisa (PEP): características e gênese

Resumo

O objetivo deste trabalho é descrever o construto teórico denominado percurso de estudo e pesquisa (PEP). Esta descrição enfoca o construto “dialética”: práticas essenciais para o desenvolvimento de uma PEP. No marco da teoria antropológica do didático (TAD), o PEP é definido como um dispositivo cujo objetivo principal é gerar e desenvolver relações funcionais com o conhecimento, no marco do paradigma da pesquisa e do questionamento do mundo (PPCM). Este paradigma adota filosofias, teorías, princípios e construtos completamente opostos ao paradigma tradicional, chamado monumental.

Palavras-chave: Teoria antropológica do didático, Percurso de estudo e pesquisa, Dialética

Bibliographical review of the study and research path (SRP): characteristics and genesis

Abstract

In this paper, we describe the theoretical construct named study and research path (SRP). This description focuses on the construct “dialectics”: essential practices for the development of an SRP. The framework is the anthropological theory of the didactic (TAD). The SRP is defined as a device whose key objective is to generate and to develop functional relationships with knowledge, in the pedagogy of research and questioning the world. This pedagogy adopts philosophies, theories, principles and constructs completely opposed to the traditional paradigm, named monumental.

Keywords: Anthropological theory of the didactic, Study and research path, Dialectics

Révision bibliographique des parcours d'étude et de recherche (PER) : caractéristiques et genèses

Résumé

Ce travail a l'objectif de décrire le construit théorique nommé parcours d'étude et de recherche (PER). Cette description porte sur le concept de « dialectique » : pratiques essentielles au développement d'un PER. Dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD), un PER est défini comme un dispositif dont l'objectif principal est la génération et le développement des relations fonctionnelles avec la savoir, dans le cadre de la pédagogie dénommée de la recherche et du questionnement du monde. Cette pédagogie adopte des philosophies, des théories, des principes et des constructions complètement opposés au paradigme traditionnel, nommé monumental.

Mots clés : Théorie anthropologique du didactique, Parcours d'étude et de recherche, Dialectiques

1. INTRODUCCIÓN

En el marco de la TAD se ha identificado y caracterizado un fenómeno didáctico presente en los sistemas de enseñanza y que se denomina monumentalización de los saberes (Chevallard, 2004, 2013a). Este fenómeno se describe a partir de una analogía con la visita a un museo: se invita y guía a los estudiantes a “visitar” las obras propuestas en los programas oficiales como un guía conduce a una persona a admirar los monumentos dentro de un museo. Allí, las obras expuestas sólo se pueden mirar y venerar, sin tocarlas ni manipularlas y manteniendo cierta distancia. Análogamente, en los sistemas de enseñanza, la Matemática se estudia como si fuese un monumento a honrar, admirar y que no tiene más que raros usos. Este fenómeno nace, vive y se desarrolla en el paradigma de enseñanza dominante en las instituciones escolares y que, en la TAD, se ha denominado paradigma monumentalista o de inventariar los saberes (Chevallard, 2013a).

La expresión “inventariar los saberes” se inspira en la transformación que han sufrido los programas de estudio en términos de componentes. Según Chevallard (2007), un programa escolar se debería componer de un cierto número de preguntas Q cuya respuesta R sea construida y validada por la clase en su conjunto, la cultura, por la sociedad, por la Escuela. Así, los programas deberían formularse como una arborescencia de duplas de preguntas y respuestas, pero ésta no es la forma en la que se enuncian actualmente los programas: las cuestiones han sido “olvidadas” y entonces las respuestas R dejan de verse como verdaderas respuestas y se consideran como obras de la cultura, cristalizadas y con razones de ser ausentes. Los programas son entonces sucesiones desconectadas de respuestas a preguntas que ya no se recuerdan.

En contraposición al paradigma monumentalista, el enfoque antropológico propone el paradigma de la investigación y del cuestionamiento del mundo (PICM), que aún está en proceso de gestación y no es dominante. El constructo teórico denominado recorridos de estudio e investigación (REI) es un dispositivo didáctico que potencialmente podría generar relaciones funcionales entre las personas y el saber, ya que éstos posicionan a las preguntas como punto de partida de los procesos de estudio. Se espera, de esta forma, recuperar el sentido y las razones de ser, o al menos una razón de ser, de las obras propuestas a estudiar en los

programas oficiales. Las preguntas de un REI son preguntas en sentido fuerte, es decir, cuestiones tales que su respuesta no sea una simple búsqueda de información, sino que sea necesaria la construcción o reconstrucción de una obra matemática o de un conjunto de ellas. Las preguntas que poseen estas características se denominan preguntas generatrices.

En este trabajo nos proponemos describir en detalle el constructo teórico REI, enfocándonos principalmente en la noción de dialécticas, entendidas como gestos esenciales para el desarrollo de una enseñanza basada en el cuestionamiento. La estructura del trabajo es la siguiente: en la sección 2 explicamos el significado de los adjetivos claves utilizados para nombrar el enfoque antropológico, dentro del cual surge el constructo REI. En la sección 3, consideramos la génesis de los REI como constructo teórico, inspirado por en el dispositivo escolar “trabajo personal enmarcado” (TPE) (Chevallard, 2001). Luego y dentro de esta misma sección, presentamos e interpretamos las características centrales de los REI, su estructuración en términos del esquema herbartiano y el papel que ocupa la modelización. En la sección 4 describimos las dialécticas como prácticas centrales en el desarrollo y pilotaje de un REI. En la sección siguiente, presentamos un conjunto de trabajos, seleccionados de revistas indexadas, de actas de congresos, libros y algunos trabajos de tesis, que refieren a enseñanzas (o propuestas de enseñanza) por REI.

2. LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

Precisaremos inmediatamente el porqué de los adjetivos calificativos “antropológica” y “de lo didáctico”. El primero de ellos coloca a la actividad matemática dentro del universo de las actividades humanas cuyo desarrollo ocurre en dos niveles: el de la práctica y el de la justificación de esas prácticas. Se propone que cualquier actividad humana regularmente realizada se modeliza con la noción de praxeología y que esta actividad se produce y es relativa a una institución, cualquiera sea la institución considerada, incluso fuera de aquellas etiquetadas como “educativas”. Las nociones de *institución* y *praxeología* constituyen dos elementos claves en el marco de la TAD. En el constructo REI, las praxeologías son centrales en la construcción del denominado modelo praxeológico de referencia (MPR). Según Chevallard (2012), cuando se necesita aportar

respuesta a una pregunta, raramente el campo praxeológico se limita a una única disciplina: se activan praxeologías de diversas disciplinas. La reconstrucción de este campo praxeológico es parte del MPR. Esta reconstrucción es esencial en una enseñanza por REI pues el MPR permite analizar los posibles recorridos a desarrollar en función de las preguntas derivadas de la generatriz, incluso, incorporar hipótesis de partida. Es central aquí también la relatividad institucional pues, dependiendo de la institución e incluso, de los programas de estudios, podrá recorrerse una u otra parte del MPR y en consecuencia, desarrollarse una u otra rama de la arborescencia del REI.

El segundo calificativo, “de lo didáctico”, alude a la didáctica como ciencia de los hechos y fenómenos didácticos, del mismo modo en que la geografía es la ciencia de los hechos y fenómenos geográficos (Chevallard, 2009). Se asume que “lo didáctico” es una dimensión de las sociedades humanas presente en toda situación donde se manifiesta una intención, portada por una persona o una institución, de hacer algo para que alguna persona o institución aprenda alguna cosa (Chevallard, 2011). Se propone que cualquier situación etiquetada como “didáctica” genera un sistema de la forma $S(X; Y; \heartsuit)$, donde X es la instancia (persona o institución) que estudia, Y la instancia de ayudas al estudio, y \heartsuit aquello que está en juego en ese estudio (Chevallard, 2009). Estos sistemas se generan en cualquier institución de la sociedad que pretenda enseñar algo a alguien y su naturaleza puede ser de dos tipos: los sistemas didácticos de la forma $S(X; Y; O)$ y los de la forma $S(X; Y; Q)$. En el primer caso, se estudian elementos de una praxeología “dada” O , por ejemplo, una organización matemática propuesta en un diseño curricular. En el segundo caso, se construye una respuesta, relativa y provisoria, a una pregunta Q . El primero es el “sistema clásico”, el que habitualmente está presente en el paradigma denominado “monumental”: allí O es visto como lo que X (y/o cada uno de los miembros $x \in X$) deben integrar a su equipamiento praxeológico con la ayuda exclusiva de un profesor, por ejemplo, en una clase de matemática, del profesor de esta disciplina. En el segundo caso – que se genera dentro de la PICM – no basta con la conformación del sistema didáctico. Es necesario que S produzca una respuesta R a la pregunta Q , con todas las acciones dialécticas, y la observación, análisis, evaluación y desarrollo de recursos que eso implica.

En la sección siguiente nos referimos a cómo surgieron los REI, inspirados en el dispositivo escolar TPE, tal como es relatado por Chevallard (2001). Además, presentamos las características esenciales de los REI su estructuración en términos del esquema herbartiano y el papel que ocupa la modelización.

3. GÉNESIS DE LOS REI

La relevancia del constructo REI podría colocarse en el enfoque genéricamente denominado *inquiry*. Otero, Fanaro y Llanos (2013) describen detalladamente este enfoque, y sus variantes – tales como el *inquiry based science education* (IBSE), *inquiry based science teaching* (IBST), *inquiry based science learning* (IBSL), *démarche d’investigation* y la *démarche d’investigation scientifique* – los alcances, limitaciones y los vínculos con el constructo REI. *REIEC Año 2018 Nro. 13 Mes Diciembre*
Recepción: 28-09-2018

REI. Otero et al (Ibid.) defienden que el constructo REI y el enfoque *inquiry* no se tratan de posiciones antagónicas, aunque sí de diferente filiación, habiendo ambos surgido como posibles respuestas a las crecientes dificultades para enseñar ciencias y matemática en todo el mundo. Sin entrar en detalles sobre el *inquiry* “diremos que la ausencia o la naturalización de lo didáctico, propia de dicho enfoque produce una diferencia importante a favor de la TAD, y más específicamente, a favor del constructo REI” (Otero et al, 2013: 84). Así y con el constructo escolar trabajos personales enmarcados (TPE), la TAD abre paso al constructo REI prioritariamente con un componente didáctico y matemático.

3.1. Trabajos personales enmarcados (TPE)

Los TPE se instalaron en el sistema escolar francés en las clases de primero (estudiantes de 16-17 años) en el ciclo escolar 2000-2001. Para desarrollar un TPE, los estudiantes debían realizar una producción colectiva a partir de un trabajo encuadrado por varios profesores, basándose en un proyecto que articulaba nociones resultantes de los programas de dos disciplinas diferentes, no necesariamente ni obligatoriamente, la matemática. Según la circular publicada por el Boletín Oficial, los temas debían ser seleccionados por los profesores a partir de una lista propuesta en dicha circular. Así, por ejemplo, la lista, para el ciclo escolar 2000-2001, contenía los temas siguientes: “Crecimiento”, “Agua”, “Imagen”, “Riesgos naturales y tecnológicos”, “Ciencia y alimentos”, “Tiempo, ritmos y períodos” (Chevallard, 2001; Chevallard y Matheron, 2002).

Chevallard (2001) no solo recuperó la idea de los TPE, sino que realizó un desarrollo importante a partir de su teorización y problematización. Así, según un texto publicado en su sitio web en el año 2001, introdujo algunos aspectos que luego resultaron claves en la propuesta de los REI: la formulación de las preguntas como generadoras de procesos de estudios codisciplinarios; un proceso de modelización a cinco tiempos: observar las respuestas existentes, analizar las respuestas, evaluarlas, desarrollar una “nueva” respuesta, defender esa “nueva” respuesta producida; e incluso, se propone que estos tiempos del estudio deben ser llevados a cabo en un espacio de trabajo articulado en gestos que Chevallard (2001, 2007, 2013b) denominó *dialécticas*. Estas dialécticas se detallan en la sección siguiente y tienen un papel central en la gestión de un REI. En el mismo texto, Chevallard (2001) cuestiona a los dispositivos TPE, señalando algunas dificultades y controversias tales como los débiles vínculos que los TPE creaban entre las disciplinas escolares, debilidad que llevaba en algunos casos a una atomización de las disciplinas involucradas, y especialmente, de la matemática. Una de las preguntas que Chevallard (2001) formula en relación a estos obstáculos es *¿Cómo se coloca entonces el problema de la presencia de las matemáticas en los TPE, y específicamente en la producción de una respuesta R a una cuestión Q?* Para resolver esta cuestión se proponen las actividades de estudio e investigación (AEI).

3.2. Las actividades de estudio e investigación (AEI)

Las AEI son un tipo de dispositivo didáctico propuesto por Chevallard (2004), las cuales guardan cierta similitud con la noción de “situaciones” de la teoría de las Situaciones

Didácticas. Las AEI permitían dar lugar a la matemática y se componían de un problema generador, cuya resolución conducía a la clase a encontrar, con la mayor probabilidad posible, los saberes matemáticos determinados de antemano. La introducción de las AEI proponía una reorganización *cuaternaria* del estudio. En primer lugar, la introducción y propuesta en clase de la AEI propiamente dicha, es decir del problema generador que implicaría el estudio de las obras determinadas previamente y la investigación de otras no previstas. Luego se realizaría una *síntesis* del proceso y producto de la actividad desarrollada a partir de la AEI. Posteriormente, se desarrollaría un trabajo que consistía en la resolución de ejercicios (en el verdadero sentido del concepto) así como en el estudio de *problemas* que probaba los límites de la organización matemática cuyos componentes técnicos y tecnológicos-teóricos se habrían producido en la AEI y que la síntesis habría acabado de hacer emerger. Todo esto por su parte, llamaría a *controles* que proponían una evaluación con un doble objetivo – evaluar la organización del saber construido y evaluar la relación de la clase (o de cada uno de los alumnos) con esta organización del saber –. Esta arquitectura didáctica respondía, estructuralmente, al modelo funcional de los momentos del estudio. Las AEI asumían los momentos del primer encuentro con un tipo de tareas, de su exploración y de la emergencia de una técnica que permitía resolver ese tipo de tareas y de la construcción del bloque tecnológico-teórico. La *síntesis* era el tiempo por excelencia de la *institucionalización* de la praxeología (formada por el tipo de tareas, su técnica y su bloque tecnológico-teórico). Los *ejercicios* y *problemas* correspondían a un tiempo indispensable del *trabajo* de la praxeología matemática, en particular de la técnica, así como de la relación tanto de la clase como de cada uno de sus miembros con la praxeología. Finalmente, los *controles* estaban en el corazón del momento de la evaluación (Chevallard, 2007).

Idealmente, había así que “inventar” una AEI para cada obra matemática o cada detalle de obra y generar entonces, una sucesión de AEI, que resultaban, en la mayoría de los casos, poco vinculadas entre sí. Por esta razón y por tratarse de encuentros “demasiados arreglados” con el saber matemático, alejados de la idea de respuestas a preguntas, se comienza a pensar en un dispositivo donde estos encuentros con el saber “no estén arreglados de antemano” y se formulen precisamente a la inversa de las AEI. Es decir, no “inventar” un problema generador para encontrar una obra establecida de antemano, sino formular una pregunta cuya respuesta necesite de las obras. Siempre partiendo del supuesto siguiente: “la construcción de una respuesta a una pregunta no está reservada solo al dominio de la producción científica, sino que se extiende a todo el conjunto de las actividades humanas” (Chevallard, 2001). Se propone entonces el constructo teórico REI.

3.3. Los recorridos de estudio e investigación (REI)

Los REI parten de una pregunta generatriz Q , tal que la construcción de una posible respuesta conduce a analizar preguntas derivadas de Q en función de las necesidades de conocimiento generadas por el estudio de Q , y también en función de las decisiones tomadas por el grupo de estudio (Chevallard, 2013c). Algunos ejemplos de preguntas generatrices son: ¿Cómo hacer un cálculo tratándose de

números que incluyen muchas cifras?, ¿Cómo determinar la distancia entre dos puntos, accesibles o no, del espacio topográfico?, ¿Qué fuerza ejercer para vencer una resistencia dada?, ¿Cómo determinar uno u otro elemento de una figura trazada en una hoja cuando algunos de sus elementos útiles caen fuera de esa hoja?, ¿Cómo determinar el costo de utilización de un teléfono celular en función del uso que se hace de él? (Chevallard, 2013c). De esta manera, el sistema didáctico “clásico” se amplía para integrar un esquema denominado *herbartiano*. En su forma reducida, dicho esquema se escribe de la siguiente manera: $S(X; Y; Q) \rightarrow R^\heartsuit$.

Esta notación indica que una pregunta Q es explorada y una respuesta R debe ser producida (indicado con la flecha \rightarrow) (Chevallard, 2009). El símbolo \heartsuit colocado en el exponente de R representa, como ya se mencionó, la relatividad institucional del saber. Es decir que la respuesta se produce bajo determinadas condiciones y limitaciones propias de esa institución. La elaboración de R^\heartsuit a partir de Q supone entonces la “fabricación”, por parte del sistema S , de un *medio didáctico* M , un medio de exploración y de construcción de respuesta a Q . Esto se expresa en el *esquema herbartiano semi-desarrollado*: $[S(X; Y; Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$.

Así, el sistema didáctico S construye y organiza (\rightarrow) el medio M con el cual generará o producirá (\rightarrow) una respuesta R^\heartsuit . Esta notación indica que la elaboración del medio M ocurre en un proceso articulado al de la elaboración de la respuesta R^\heartsuit : M no está construido de antemano, se construye de forma paralela a la búsqueda de respuestas. La construcción del medio M implica activar los gestos a cinco tiempos: *observar, analizar, evaluar, desarrollar, difundir y defender* objetos, obras, recursos, información, etc. que puedan incorporarse, total o parcialmente, al medio y ser parte indispensable en la construcción de la respuesta R^\heartsuit . El esquema, denominado ahora *esquema herbartiano desarrollado*, se amplía y denota de la siguiente forma:

$$[S(X; Y; Q) \rightarrow \{R_1^\heartsuit, R_2^\heartsuit, R_3^\heartsuit, \dots, R_n^\heartsuit, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}] \rightarrow R^\heartsuit$$

Donde M es el conjunto de todos los recursos útiles para la construcción de R^\heartsuit : $M = \{R_1^\heartsuit, R_2^\heartsuit, R_3^\heartsuit, \dots, R_n^\heartsuit, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}$. Los elementos R_i^\heartsuit para $i = 1, \dots, n$ son respuestas denominadas “previamente construidas”, pues están al alcance de la comunidad de estudio – por ejemplo, un libro, la Web, el curso de un profesor, apuntes de cátedra, etc. –. Los elementos Q_j para $j = n + 1, \dots, m$ son preguntas derivadas de Q , es decir, preguntas formuladas a partir de la búsqueda de respuestas a Q . Los elementos O_l para $l = m + 1, \dots, p$ son “obras”, elementos útiles para deconstruir las respuestas R^\heartsuit . Chevallard (2001) define una obra a

[...] toda producción humana que permita aportar respuesta a una o varios tipos de preguntas [...] Entre las obras, podemos colocar, por ejemplo, la ciudad, la moneda, la cirugía, los números decimales, la geometría euclidiana, la teoría de caos, el Estado, la didáctica de la matemática, el teatro, las leyes, corridas de toros [...] La sociedad se constituye por una acumulación más o menos ordenada de obras, que dan cada una, elementos de respuestas a algunas cuestiones más o menos vitales. [...]

Lo que se denomina usualmente la obra de un autor [...] no es más que un tipo muy particular de obra, una obra que se puede decir concluida [...] Pero la mayor parte de las obras son obras anónimas, y obras abiertas, frutos de la acción de un colectivo innumerable, reclutado en la sucesión de generaciones (Chevallard, 2001: 2-3).

Cualquiera de los elementos antes mencionados formará parte del medio M en la medida en que sean considerados instrumentos total o parcialmente útiles para construir la respuesta R^* . Cada uno de estos componentes de M deben ser *convenientemente estudiados* y utilizarse en el momento oportuno, de la manera más efectiva y eficaz posible (Chevallard, 2009). Es decir, estudiar lo necesario, lo útil, lo efectivamente oportuno para construir la respuesta R^* . Esta respuesta no es universal, ni válida universalmente, es decir, el medio se construye según la relación de los integrantes de la comunidad de estudio con el saber y la respuesta se produce con dicho medio.

Así, con la introducción del esquema herbartiano desarrollado, Chevallard (2004, 2005) define el constructo *recorridos de estudio y de investigación* (REI), cuyas características esenciales podemos sintetizar de la siguiente manera:

- Un REI es generado a partir de una pregunta Q , denominada generatriz pues su respuesta no es de construcción inmediata. Será necesario formular sub-preguntas, denominadas preguntas derivadas.
- La construcción del medio didáctico M es simultánea a la construcción de respuestas: es posible incorporar en cualquier momento del proceso de estudio cualquier recurso que sea aceptado y validado por la comunidad de estudio.
- Esta comunidad puede incorporar cualquier actor en cualquier instancia del proceso de estudio, es decir, a cualquier persona o institución que sea útil y/o pueda realizar aportes en la construcción de las respuestas.
- El lugar del profesor no es el del poseedor absoluto del saber: es considerado el director del proceso de estudio (Chevallard, 2009); un recurso, un sistema de información más que es parte de M .
- Los estudiantes amplían sus posibilidades de acción: formulan preguntas, proponen recursos, fuentes de información, construyen respuestas, las evalúan, las difunden, defienden, y reciben, de manera crítica, las respuestas de otros estudiantes (Chevallard, 2012).

Otra de las características claves de un REI es que el dispositivo como tal es, en esencia, una actividad de modelización, entendida no como la aplicación de un saber ya estudiado, sino como un proceso cuyo producto es un modelo que permite responder la pregunta Q . En el marco de la TAD se hace referencia a la modelización intra-matemática y extra-matemática. La primera ocurre cuando el proceso y el producto no dependen más que de la disciplina matemática. La segunda, cuando son necesarias una o varias disciplinas diferentes a la matemática, por ejemplo, la física, la biología, la geografía, etc. El tipo de modelización de un REI dependerá de la pregunta Q , es decir, si la pregunta Q es una pregunta codisciplinar, entonces la modelización será extra-matemática, esto equivale a la inmersión en las praxeologías de las disciplinas

involucradas. Si la pregunta Q es monodisciplinar, entonces la modelización es intra-matemática.

Asimismo, la amplitud del recorrido dependerá de la pregunta generatriz y de la gestión de la misma.

De una manera subrepticia, el profesor puede imponer determinado recorrido que lleva la clase a encontrarse — y enfrentarse— con nociones matemáticas elegidas de antemano por el mismo profesor. Más sutilmente, el profesor puede haber elegido la cuestión por indagar de tal modo que, bajo las restricciones imperantes, el recorrido pase casi necesariamente por tal o cual obra matemática. En el primer caso hablo de recorrido cerrado; en el segundo, de recorrido semiabierto. Llamaré abierto a un recorrido en el que el papel desempeñado por el profesor es puramente negativo, en el sentido de que el profesor, en cuanto «jefe de indagación», se conforma con imponer de vez en cuando la decisión de no ir a encontrar tal o cual obra, que le parece estar aún fuera del alcance del grupo de estudiantes. Solo en este caso hablaré de recorrido abierto (Chevallard, 2017: 168-169).

Resumiendo, en una enseñanza por REI será necesario construir una respuesta a una pregunta generatriz y para ello no basta con la simple búsqueda de información, habrá que construir o reconstruir un conjunto de praxeologías a partir de la elaboración del medio M . Este proceso requiere activar una serie de prácticas, de “gestos didácticos” denominados “dialécticas”. Las dialécticas, introducidas algunas ya en los TPE, permiten conducir el REI. En la sección siguiente describimos cada dialéctica detallando previamente la génesis de tal noción.

4. DIALÉCTICAS: PRÁCTICAS MATERIALES Y MÉTODO EN EL DESARROLLO DE UN REI

El método dialéctico puede describirse de manera genérica como el arte del diálogo donde existen ideas contrastantes. Los orígenes de la práctica dialéctica se remontan a la antigua Grecia y no está claro quien fue su creador. Aristóteles consideraba que era Zenón, mientras otros Sócrates. Para Platón, la dialéctica es el camino excluyente para arribar al conocimiento verdadero, puesto que en virtud del método dialéctico de preguntas y respuestas se inicia el proceso de búsqueda de la verdad. En el mito de la caverna, Platón se refiere a la existencia de dos mundos: el mundo sensible y el mundo inteligible, o de las ideas. A este último se accede solo a través de la dialéctica, de los conceptos y de la investigación.

Hegel estableció tres movimientos dialécticos: *tesis* (idea, movimiento neutro), que genera una *antítesis* (contradicción a la tesis, movimiento negativo) y de ambas resulta una *síntesis* que sería una superación de los anteriores (movimiento positivo). Karl Marx reformuló el concepto de dialéctica de Hegel al fundar el materialismo dialéctico, como método que une pensamiento y realidad, siendo esta última siempre contradictoria. Hegel es el filósofo de la contradicción, pero Althusser diría de la “*contradicción simple*” (Althusser, 1968: 82). Según Althusser, a pesar de la complejidad aparente de la dialéctica hegeliana, ella es solo el desarrollo enajenado de una unidad simple. Para Althusser, la dialéctica materialista permite dar cuenta de una contradicción compleja y es central para pensar los

dilemas políticos contemporáneos, ya que los conflictos suelen presentarse como relaciones de contradicción. Así, la dialéctica materialista señala que la diferencia siempre está “prendida” a su otro, y que se refiere a una coyuntura compleja donde cada elemento ha sido “siempre-ya” afectado por otros elementos. En nuestra opinión la noción de Dialéctica propuesta por Chevallard, aplicada en este caso a los procesos de estudio como actividad humana, plena de contradicciones y diferencias múltiples, se entiende mejor a la luz de las ideas de Althusser.

Así mismo, la noción de práctica en el sentido materialista del término como es formulada por Althusser es fundamental para comprender el tipo de acciones vinculadas con las dialécticas y con la epistemología de la TAD. No se trata de un materialismo ingenuo (intuitivo, sensualista diría Marx) de los que pretenden que sólo existen las cosas, tales como los órganos, las neuronas, los neurotransmisores, las proteínas o el ADN.

Diversas filosofías y sociologías del Siglo pasado remarcaron la necesidad de romper con los dualismos sujeto-objeto; individual-colectivo; macro-micro, teoría-práctica, emoción-razón, sirviéndose de la dialéctica para considerar una implicación mutua entre los pares de opuestos. Para Althusser, “sólo hay prácticas” (no hay práctica como opuesto a teoría) y sí hay una prioridad del “hacer”. Las prácticas, el trabajo, la actividad, los actos son lógicamente anteriores a sus efectos conscientes e identificables por un sujeto. El “decir” es considerado otra práctica más, algo que escapa a nuestra consciencia. En ese sentido se habla de “práctica teórica” (Althusser) o “prácticas discursivas” (Foucault) en oposición a los discursos como sistemas de signos (semiótica).

Así, las prácticas ligadas a la enseñanza son intervenciones, actos, actividad (trabajo, transformación, cambio), es decir: prácticas. La práctica es aquello que producen los cuerpos hablantes impregnados de historia y las instituciones, grupos, clases cuando interactúan, mientras funcionan, trabajan, hablan. Las prácticas por definición son materiales, es decir que nunca son totalmente controlables en sus causas y en sus efectos, las prácticas en tanto que materiales son irreductibles a las intenciones de los protagonistas. Nunca se es plenamente consciente de lo que producen las prácticas en las que se está implicado, involucrado, instalado. Sus causas y sus efectos no obedecen a las intenciones de un sujeto dueño de su palabra, de sus actos y de su voluntad (en tanto que entidad ideal y metafísica) sino que obedecen a lógicas ajenas a las intenciones de los actores: a la llamada lógica de la ideología (Althusser), lógicas prácticas (Bourdieu).

En la tradición marxista y en la sociología contemporánea que abreva en ella, las prácticas nunca son individuales. Hay prácticas y relaciones sociales, y sólo en su seno hay sujetos y objetos, conciencia y voluntad, cosas y personas. Esta es la tradición del llamado “constructivismo social” (Corcuff, 1998: 10), donde se incluye a la mayor parte de los sociólogos contemporáneos (desde Norbert Elias hasta Bourdieu y de Berger y Lukmann hasta Guiddens). El constructivismo social de estos autores no acepta la existencia de esencias humanas o sociales ni concibe a la sociedad ni a los individuos como entidades separadas, sino

a las relaciones entre los individuos (en sentido amplio) y a los universos objetivados que crean y que les sirven de apoyo en tanto que son elementos constituyentes de los individuos y de los fenómenos sociales al mismo tiempo. (Corcuff, 1998: 18).

Adhiriendo a la noción de dialéctica como una “teoría de las contradicciones”, y considerando el carácter metafórico de la ciencia en general y de la didáctica en particular, asumimos que las acciones o prácticas que ocurren en el desarrollo de una clase pueden encuadrarse en diferentes *gestos dialécticos*: del estudio y de la investigación; del individuo y del colectivo; del análisis-síntesis praxeológica y del análisis-síntesis didáctica; del tema y fuera-de-tema; del paracaidista y de las trufas; de las cajas negras y cajas claras; media-medio; de la lectura y de la escritura, y de la difusión y de la recepción (Chevallard, 2001, 2013b). Es importante destacar que no hay dualidad en una dialéctica, sino un proceso interactivo, una interrelación entre los polos de la misma, que generan “algo nuevo”. Por ejemplo: entrar o salir del tema son acciones contrapuestas, no duales, una acción llama a la otra. Dentro de esta dialéctica, si se comenzó a estudiar un asunto, habrá también que decidir cuándo dejar de hacerlo, pero esta dinámica produce el estudio de un asunto de una manera “nueva” dirigida por el interés de responder a un cuestionamiento.

- *Dialéctica del estudio y de la investigación*: la búsqueda de respuestas a una pregunta generatriz combina el estudio de praxeologías, disponibles en la cultura escolar (las mencionadas R^{\diamond}), con la formulación de nuevas preguntas (las preguntas derivadas). Es decir, responder una pregunta generatriz genera un cuestionamiento de las obras, nociones y saberes que están vinculados a esa pregunta. Este cuestionamiento provoca una investigación en torno a esas obras y a su vez esta investigación, genera estudios específicos. Así se concreta una dialéctica: una investigación genera un estudio y un estudio, una nueva investigación. Estas prácticas se manifiestan, por ejemplo, en buscar información en algún medio, por ejemplo, Internet, libros de texto, profesores de diversas disciplinas, profesionales del área, etc.; en identificar esas respuestas preconstruidas; en estudiarlas, adaptarlas; en formular las preguntas derivadas; etc.
- *Dialéctica del individuo y del colectivo*: la respuesta elaborada en un REI es el proceso y producto de un trabajo colectivo. No debe confundirse el calificativo “colectivo” con el de “grupál”. En el primer caso, cada actor del proceso de estudio, incluso reunidos en grupos, puede seguir el recorrido que desee, pero se llega a un momento en el que se deberá llegar en un acuerdo (implícito en la mayoría de los casos) sobre el camino a seguir. Según Chevallard (2013b) cada miembro de la comunidad de estudio debe considerarse libre de perseguir un estudio e investigar relativamente respecto a las preguntas, pero sin dejar de contribuir al conjunto. En el segundo caso, el calificativo “grupál” alude más bien a una manera de agrupamiento de los integrantes, y la respuesta producida aquí no necesariamente puede estar consensuada por cada integrante del grupo. Por esta razón, la dialéctica se nombra “del individuo y del colectivo”: en conjunto y

de forma colaborativa, los miembros de la comunidad de estudio deberán decidir sobre las cuestiones derivadas a responder; tomar decisiones entre los integrantes de cada grupo en función de cómo responder a las preguntas; acordar y consensuar respecto a las decisiones anteriores; acordar y consensuar respecto a la manera de desarrollar las puestas en común de las respuestas construidas; distribuir tareas entre los miembros de la clase; entre otras acciones.

- *Dialéctica del análisis-síntesis praxeológica y del análisis-síntesis didáctico*: la construcción del MPR es entre otras, una de las instancias en donde esta dialéctica se manifiesta. Para construir un MPR es necesario realizar un análisis profundo de cada una de las posibilidades de respuesta a la pregunta generatriz, de las hipótesis de partida en caso que se consideren, de las preguntas derivadas, de las praxeologías que se necesitan para construir las respuestas, sus elementos, alcances y limitaciones y los modelos construidos en los posibles recorridos. En el proceso de estudio, esta dialéctica comprende acciones tales como analizar las respuestas preconstruidas y decidir qué y cuánto estudiar de esas respuestas; analizar la información obtenida de diferentes sistemas de información; analizar preguntas formuladas dentro de cada grupo de estudio; precisar las técnicas, tecnologías y teorías que componen las diferentes respuestas preconstruidas; sintetizar la información obtenida en los diferentes media priorizando lo que es necesario y adecuado para aportar respuestas a las preguntas; sintetizar las respuestas a las preguntas derivadas de la generatriz; etc. En cualquier caso, construir una respuesta a una pregunta no se limita a buscar, investigar y estudiar los saberes útiles para construir la respuesta. Es necesario concretar un análisis de esos saberes para determinar qué es lo útil, lo funcional para la construcción de la respuesta buscada. Este análisis implica la realización de una síntesis, entendida no como un resumen de esos saberes sino como una producción colectiva de cada uno de los componentes considerados componentes del medio de elaboración de la respuesta.
- *Dialéctica del tema y fuera-de-tema*: La búsqueda de respuestas a una pregunta no es lineal y directa. Así, una auténtica pregunta generatriz conducirá inevitablemente a salirse del “tema”. Es decir, provocará la necesidad de permanecer, durante diferentes períodos de tiempo, en la exploración de aquellos componentes del medio seleccionados para construir R, debiendo luego que volver al “tema” de partida. Se podría considerar que estas “salidas momentáneas” provocan un estudio bajo los sistemas clásicos S (X; Y; O), donde O es el o los componentes del medio en el cuál o en los cuáles fue necesario permanecer y estudiar. No bastará con considerar los componentes del medio tal como han sido introducidos, sino será necesario explorarlos, analizarlos, describirlos, desarrollarlos, adaptarlos y evaluarlos. Estas acciones pueden descartar elementos que en primera instancia habían sido incorporados en el medio pero que luego resultaron no ser pertinentes a la construcción de R.
- *Dialéctica del paracaidista y de las trufas*: los procesos de estudio y de investigación que tienen como punto de partida una pregunta generatriz necesitan “rastrillar” áreas amplias, de gran alcance, áreas donde se estima puede encontrarse un saber útil a la construcción de una respuesta. Una vez identificadas las áreas pertinentes es necesario realizar enfoques cada vez más próximos con el objetivo de identificar las “pepitas” – las “trufas” – que permitirán progresar en el estudio e investigación. Los términos “paracaidista” y “trufas” se deben al historiador francés Emmanuel Leroy-Ladurie, quien clasificó a los historiadores en paracaidistas y buscadores de trufas. Por un lado, los paracaidistas realizan una exploración en extensas áreas de territorio, mientras los buscadores de trufas sacan a la luz tesoros enterrados. “Buscadores de trufas y “paracaidistas: los primeros hurgan en torno a sí con las narices metidas en la tierra; en tanto que los segundos descienden en medio de las nubes, inspeccionando el panorama de todo el campo, pero desde una altura tan elevada que no alcanzan a percibir con claridad nada en detalle” (Bouza Álvarez, 1990: 99). Por otro lado, las trufas son un producto muy costoso y codiciado, durante un proceso de estudio, es necesario revisar grandes espacios de conocimiento para encontrar aquel que es particularmente valioso útil.
- *Dialéctica de las cajas negras y cajas claras*: en una enseñanza tradicional, el conocimiento debe estudiarse porque así se ha explicitado en el programa de estudios, sin cuestionar demasiado su utilidad, por qué y para qué de su estudio, e incluso, se transmite la engañosa idea de que es posible conocer todo de algún asunto. En el desarrollo de un REI, en cambio, se trata de buscar un nivel intermedio sobre cuánto y qué estudiar de una obra. Este nivel es considerado como el nivel de gris más óptimo en función de una necesidad. Se estimula así el estudio de los saberes pertinentes, los necesarios para “clarificar” algunos aspectos de las obras que son necesarias y dejar en la “oscuridad” los que no lo son. Cada uno de los gestos del modelo a cinco tiempos (observar, analizar, evaluar, desarrollar, difundir y defender) determinará finalmente el nivel de gris de cada componente del medio más adecuado para la construcción de la respuesta.
- *Dialéctica media (sistema de información)-medio (de estudio)* (o de la conjetura y de la prueba): el ingreso en la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento concibe un medio didáctico más próximo al medio desarrollado en una práctica de investigación. El medio de estudio no está definido de antemano, sino que se construye y sus componentes son puestos a prueba en paralelo a la construcción de respuestas. Esta concepción de medio, más amplio y abierto, permite el ingreso a él de cualquier recurso proveniente de diferentes fuentes de información, diferentes medias. En una enseñanza monumental, el único media, en tanto que sistema de información del que dispone el estudiante es el profesor. En un REI, en cambio, el estudiante puede considerar e incorporar al medio de estudio una obra reencontrada en cualquier otro media. Chevallard (2008) define a un media como cualquier

sistema que represente una parte del mundo natural o social destinado a un público específico: el “curso” de un profesor, un artículo de química, una revista, un periódico, un sitio de Internet, etc. En las primeras formulaciones esta dialéctica se llamó de la conjetura y de la prueba. Todo saber es conjetural y debe ponerse a prueba, para establecer sus alcances y limitaciones, así como las condiciones y limitaciones de su desarrollo.

- Dialéctica de *la lectura y de la escritura*: el proceso de búsquedas de respuestas disponibles en los diferentes medios o sistemas de información, demanda la “deconstrucción” de estas respuestas, es decir un desglosamiento. Es preciso identificar, separar, “leer” las obras que pueden servir para elaborar la respuesta buscada. Esta “lectura” activa así, en principio, tres tipos de tareas: *observar, analizar y evaluar* estas respuestas para luego, activar otros tres tipos de tareas, más propios de la práctica de la “escritura”: *desarrollar, difundir y defender* la respuesta producida. Esta dialéctica incita al desarrollo de diversas técnicas de escritura según se trate de diarios de clase, notas de síntesis, glosarios, producción final, etc.
- Dialéctica de *la difusión y de la recepción*: una vez construida la respuesta, cada miembro o grupo de estudio debe difundirla, darla a conocer, explicando sus componentes y justificando las elecciones realizadas. Esta difusión no consiste en una simple presentación de la respuesta, sino que debe ser una difusión que considere la recepción del resto de la comunidad, es decir, una difusión que considere los cuestionamientos, las aceptaciones y resistencias del resto de la clase. En la enseñanza monumental se proponen fundamentalmente difusiones narrativas, logo céntricas, basadas en prácticas orales, a las que se alude bajo el término: explicación. En el caso de los REI, se trata de difusiones que se fundamentan en el medio ambiente organizado para elaborar la respuesta, es decir se trata de una difusión epistémica.

En la sección siguiente presentaremos una breve descripción del estado del arte referido a enseñanzas o propuestas de enseñanzas por REI.

5. REI DESARROLLADOS HASTA AHORA

En esta reflexión sobre la noción de REI, hemos compilado un total de 55 publicaciones, extraídas de revistas indexadas, actas de congresos, libros impresos y tesis de doctorado. En la Tabla 1 (en Anexo) intentamos sintetizar y describir 41 artículos que se han publicado sobre el desarrollo de los REI. No hemos considerado aquí 14 trabajos: 2 que corresponden a recorridos implementados con profesores de matemática ya formados y que se encuentran desarrollando su actividad docente y; 12 que corresponden a recorridos implementados con profesores de matemática en formación. Esta distinción se fundamenta en que habría, de acuerdo al contexto de implementación, dos tipos de dispositivo REI. Por un lado, aquellos que se proponen con el objetivo de recorrer una parte de un programa de estudio de una o varias disciplinas, es decir, con la intención de enseñar a un grupo de estudiantes una o un conjunto de praxeologías matemáticas, físicas,

biológicas, etc. Por el otro, aquellos REI que se proponen en la formación docente (FP) y en profesores ya formados (PF) cuyo objetivo aquí es otro. Se trata de familiarizar al profesor en formación y a los profesores ya formados con el propio dispositivo REI como un dispositivo útil para su desarrollo profesional. Estos últimos, considerados los REI-FP y los REI-PF, respectivamente, merecerían un análisis aparte, pues como ya se mencionó, suponen una modificación de la noción de REI, para enseñar sobre ellos. En estos casos, se trata en general en primer lugar, de hacer vivir en primera persona un REI a los profesores en formación (o ya formados) de forma individual, grupal o ambas. Luego de este proceso, se propone una fase en la cual los profesores en formación (o ya formados) reflexionan, analizan y desarrollan una versión del REI propuesta para enseñar en el contexto escolar en el cual se desempeñan como docentes.

Recuperando la reflexión respecto a los 41 artículos compilados, conviene describir la Tabla confeccionada para su análisis: la primera columna de la Tabla 1 enumera cada trabajo; la segunda, indica la autoría, año de publicación y el tipo de publicación (en revista, en acta de congreso, libro impreso, o tesis); la tercera columna contiene la cuestión generatriz del REI y las disciplinas involucradas; la cuarta columna indica el nivel educativo y las implementaciones realizadas (en caso de corresponder); la quinta columna contiene una síntesis muy breve del trabajo y la sexta y última columna, las ideas claves sólo de los trabajos que han sido implementados, al menos, una vez.

Del análisis de los 41 trabajos registrados en la Tabla 1, podemos concluir que 4 de ellos refieren a una descripción teórica del dispositivo REI, sus vinculaciones con el aprendizaje colaborativo y la modelización; 14 corresponden a propuestas de REI que no han sido implementados y los restantes 23 artículos presentan el diseño, análisis y/o evaluación de recorridos implementados al menos una vez en algún nivel educativo. Restringiremos esta sección, de aquí en adelante, a estos 23 artículos pues corresponden a recorridos que han sido diseñados con la intención de enseñar obras matemáticas (o parte de ellas) en un curso de matemática, de cálculo, de estadística, etc. y que han sido implementados. De estos 23 artículos, mencionamos que

- 8 corresponden al nivel secundario, 13 al nivel universitario, 1 a la transición entre el nivel secundario y la universidad y el artículo restante, al nivel inicial.
- 6 proponen una cuestión generatriz monodisciplinar mientras que los restantes 17 restantes, una cuestión codisciplinar. De estos últimos, 7 proponen una cuestión generatriz vinculada a la Economía, Microeconomía, Administración de Empresas y/o Ciencias Empresariales; 4 proponen una cuestión generatriz vinculada la Biología y/o Ciencias Ambientales; 1 que involucra la Física, otro, que además de Física, comporta praxeologías y obras de Arquitectura y Ambiente; 1 referido a la Medicina Nuclear, otro a Historia y 2 a Ciencias de la Ingeniería.

- Sólo 3 utilizan las dialécticas como un instrumento de análisis de la implementación realizada: se genera un conjunto de indicadores didáctico-matemáticos de cada una de ellas a partir de las implementaciones en el nivel secundario (Parra y Otero, 2017, 2018); se adapta ese conjunto de indicadores al nivel universitario (Salgado, Otero y Parra, 2017, 2018) y se adaptan los indicadores y se realiza un análisis multivariado con el software SPAD (Gazzola, 2018). De los 20 restantes, 1 trabajo realiza la descripción de cada dialéctica haciendo referencia a ciertos resultados de la implementación (Barquero, 2009); 2 describen el proceso de estudio según la dialéctica de preguntas y respuestas y de la dialéctica media-medio (Sala, Barquero y Font, 2018; Kuzuoka y Miyakawa, 2018); 1 refiere sólo a la dialéctica media-medio para describir los resultados (Serrano, Bosch y Gascón, 2010); y 1 menciona la importancia de las dialécticas: de entrar y salir de tema; del individuo y colectivo; preguntas y respuestas; recepción y difusión; y medios-media (Rodríguez-Quintana, Hidalgo-Herrero y Sierra, 2013) pero sin vincularlas con los resultados de las implementaciones. Finalmente, los restantes 15 trabajos describen y analizan el proceso de estudio llevado a cabo con la implementación del REI a partir de los modelos construidos, de la pregunta generatriz y sus derivadas, los momentos del estudio, las restricciones y condiciones de implementación del dispositivo, la descripción y construcción del MPR, las conjeturas de la rigidez de la OM estudiadas en secundaria, las funciones didácticas, las actitudes, las tareas y técnicas, los niveles de codeterminación y el medio didáctico.

De los trabajos aquí mencionados y teniendo en cuenta la importancia que tienen las dialécticas en el desarrollo de un REI, resulta sorprendente que muy pocos de ellos analizan las implementaciones en términos de estas prácticas. Consideramos de vital importancia lograr identificar cada dialéctica, puesto que el desarrollo de un REI es precisamente activar y poner en marcha cada una de estas

6. REFERENCIAS

Althusser, L. (1968). *La revolución teórica de Marx*. Siglo XXI: México.

Barquero, B. (2009). *Ecología de la Modelización Matemática en la enseñanza universitaria de las Matemáticas* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona.

Bouza Álvarez, F. J. (1990). Reverenter Absolvit: Nadie ha inventado la Historia. *Manuscrits: Revista d'història moderna*, 8, pp. 87-104.

Chevallard, Y. (2001). Les TPE comme problème didactique. Séminaire national de didactique des mathématiques. Disponible en

dialécticas. Más precisamente, podríamos decir que la determinación de cada una de las dialécticas y la manera e intensidad con la que estas se desarrollen sería un indicador de la ecología del REI que se ha intentado desarrollar

CONCLUSIÓN

Este trabajo ha descrito el constructo teórico REI, desde su génesis, definición, características centrales hasta una breve descripción de los antecedentes. Se ha intentado evidenciar la relevancia teórica de las prácticas a las que se denomina dialécticas, y la escasa difusión de su uso en el análisis y evaluación de los recorridos implementados en el marco de la TAD. Atribuimos esta escasa presencia, al hecho de que se trata de un constructo relativamente reciente, acerca del cual se requieren más investigaciones.

La implementación de un REI en los sistemas escolares actuales es muy compleja, porque no se dispone de la infraestructura necesaria y se requieren cambios radicales en el paradigma dominante. Es necesario sustituir el monumentalismo imperante por un paradigma basado en el cuestionamiento del mundo que permita mutar desde los sistemas didácticos clásicos a los de la forma del esquema herbartiano desarrollado.

La compilación de los trabajos relativos a los REI evidencia las dificultades de su desarrollo concreto y también de su análisis en términos de investigación didáctica. Aún no se advierte que el constructo “dialéctica” se use en el análisis de la implementación de un REI.

La investigación en torno a la noción de REI es relevante porque si bien existe una larga tradición de intentos basados en el *inquiry*, estos responden a una tradición empirista y ateorica, cuyos supuestos filosóficos y epistémicos son muy diferentes a los que propone el sólido desarrollo teórico de la TAD (Otero et al, 2013). En consecuencia, es auspicioso el número de investigadores que se ha centrado no sólo al diseño de un REI sino también a su puesta en marcha.

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_artic le=14

Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/>

Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. Disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/>

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éd.), *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 705-746). Universidad de Jaén.

- Chevallard, Y. (2008). Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. En Gueudet, G. & Matheron, Y. (Eds.). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007* (pp. 344-366). Paris : IREM de Paris 7 et ARDM.
- Chevallard, Y. (2009). Didactique fondamentale : forum des questions. Disponible en http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique_fondamentale_-_Forum_des_questions.pdf
- Chevallard, Y. (2011). Les problématiques de la recherche en didactique à la lumière de la TAD. Disponible en http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=208
- Chevallard (2012), Théorie Anthropologique du Didactique, Ingénierie Didactique du Développement. Disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2011-2012-7.pdf>
- Chevallard Y. (2013a). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182. doi: 10.4471/redimat.2013.26
- Chevallard (2013b). Éléments de didactique du développement durable. Leçon 1. Enquête codisciplinaire & EDD. Disponible en http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique_du_DD_2012-2013_1.pdf
- Chevallard, Y. (2013c). *La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica*. Libros del Zorzal: Buenos Aires, Argentina.
- Chevallard, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 20(1), 159-169.
- Chevallard, Y. & Matheron, Y. (2002). Travaux Personnels Encadrés : un cadre d'analyse didactique pour un changement majeur dans l'enseignement au Lycée. *Actes Journées de la commission inter-IREM Didactique*. IREM, (pp. 141-150). Disponible en: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=50
- Corcuff, P. (1998). *Las nuevas sociologías*. Alianza Editorial: Madrid.
- Gazzola, M.P. (2018). *Diseño, implementación y análisis de un Recorrido de Estudio e Investigación codisciplinar en matemática y física en la Escuela Secundaria* (Tesis doctoral). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- Kuzuoka, K. & Miyakawa, T. (2018). Implementing multidisciplinary study and research paths in Japanese lower secondary school teaching. *Pre-proceeding 6ème congrès international sur la théorie anthropologique du didactique* (pp.2-18). Autrans, Université de Grenoble.
- Otero, M. R., Fanaro, M. & Llanos, V. C. (2013). La Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo y el Inquiry: un análisis desde la enseñanza de la Matemática y la Física. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 8(1), 77-89.
- Parra, V. & Otero, M. R. (2017). Enseñanza de la matemática por recorridos de estudio e investigación: indicadores didáctico-matemáticos de las “dialécticas”. *Educación Matemática*. 29(3), 9-50.
- Parra, V. & Otero, M. R. (2018). Research and study paths: Indicators of the development of the dialectics. *Pre-proceeding 6ème congrès international sur la théorie anthropologique du didactique* (pp. 241-253). Autrans, Université de Grenoble.
- Rodríguez-Quintana, E., Hidalgo-Herrero, M & Sierra, T. A. (2013). La modelización a través de los recorridos de estudio en investigación: el caso de la comparación de tarifas de telefonía móvil. En G. Cirade et al (Eds.), *Evolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société* (pp. 421-452).
- Salgado, D., Otero, M. R. & Parra, V. (2017). Gestos didácticos en el desarrollo de un recorrido de estudio e investigación en el nivel universitario relativo al Cálculo: el funcionamiento de las dialécticas. *Perspectiva Educacional. Formación de profesores*, 56(1), 84-108.
- Salgado, D., Otero, M. R. & Parra, V. (2018). Research and study paths at the university: a Praxeological Model of Reference related to calculus costs. *Pre-proceeding 6ème congrès international sur la théorie anthropologique du didactique* (pp. 326-338). Autrans, Université de Grenoble.
- Sala, G., Barquero, B. & Font, V. (2018). Modelización e indagación en la propuesta de un REI codisciplinar de matemáticas e historia. *Pre-proceeding 6ème congrès international sur la théorie anthropologique du didactique* (pp.311-325). Autrans, Université de Grenoble.
- Serrano, L., Bosch, M. y Gascón, J. (2010). Cómo hacer una previsión de ventas: propuesta de recorrido de estudio e investigación en un primer curso universitario de administración y dirección de empresas. En: A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M., Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade y C. Ladage (eds.), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action* (pp.835-857). Montpellier: IUFM de l'Académie de Montpellier.

Autor(es) (año de la publicación) Tipo de publicación	Disciplina(s) involucrada(s) Cuestión generatriz.	Nivel educativo Implementaciones	Breve descripción del trabajo	Palabras claves
1. García, Bosch, Gascón y Ruiz (2006) Acta de congreso	Economía y Matemática Q: ¿Qué criterios utilizar para planificar un “plan de ahorro” concreto (PA _i)?	Secundario Propuesta sin implementación	Descripción del “problema de la modelización”. Descripción de los modelos epistemológicos en torno a la relación de proporcionalidad propuestos por Bosch (1994) y por Bolea (2002). Propuesta de un MER que parte del cuestionamiento y la caracterización de diferentes tipos de variación de magnitudes. Análisis del documento curricular vigente. Análisis de algunos (no se indica la cantidad) libros de textos. Descripción en términos de tareas y praxeologías en los tres diferentes tipos de planes de ahorro.	
2. Ruiz, Bosch y Gascón (2006) Acta de congreso	Economía y Matemática Q ₀ : <i>En las condiciones iniciales ¿es posible obtener en la última fiesta del curso 04/05 un beneficio de 1000 € vendiendo un número razonable de camisetas?</i>	Secundario Una implementación en 7 sesiones de clases más una clase de evaluación en un taller de matemática	Presentación de las cuestiones y modelos a construir. Estudio de las actividades de modelización a través del diseño y la experimentación de un Taller de matemáticas que se apoya en la realizado en dos Institutos de Enseñanza Secundaria de las cercanías de Barcelona, en tres cursos con un total de 33 estudiantes.	Pregunta generatriz y derivadas Modelización
3. Minet (2008) Acta de congreso	Matemática Q ₁ : <i>¿Cómo optimizar una cantidad?</i> Q ₂ : <i>¿Cómo estudiar las variaciones de una cantidad?</i> Q ₃ : <i>¿Cómo comparar dos cantidades?</i>	Segundo año del liceo francés (estudiantes de 15 años) Propuesta sin implementación	Reflexión sobre el programa de segundo año del liceo francés y propuesta de un REI para enseñar funciones en segundo año del liceo francés. Presentación de las “grandes cuestiones” del REI, sus actividades y técnicas de resolución. Presentación de una posible organización de la clase en cinco etapas. Presentación de la cuestión generatriz y algunas cuestiones derivadas.	
4. Fonseca, Casas, Bosch y Gascón (2009). Acta de congreso	No se explicita. Se indica que refiere al volumen máximo de una piscina.	Universitario Propuesta sin implementación.	Descripción de la propuesta del REI correspondiente a la modelización funcional de la enseñanza de las matemáticas para impartir en escuelas de ingeniería.	
5. Fonseca y Casas (2009) Acta de jornadas	No se explicita.	Secundario-Universitario Teorización del constructo REI.	Descripción de 11 conjeturas referidas a la rigidez de la OM de S y a las discontinuidades entre las matemáticas “mostrativas” de S y las matemáticas “demostrativas” de la U a partir de un cuestionario y manuales oficiales. Descripción teórica, breve, del constructo REI. Análisis estadístico simple de las respuestas de un grupo de estudiantes a un cuestionario formado por 31 preguntas, agrupando los ítems del cuestionario en las 5 conjeturas relativas a la rigidez de la OM de S.	
6. Gaud y Minet (2009) Revista	Matemática Q ₀ : <i>¿Cómo construir una figura geométrica que se ajuste a ciertas condiciones?</i>	Segundo año del liceo francés (estudiantes de 15 años) Propuesta sin implementación.	Presentación de las “grandes cuestiones” del REI, sus actividades y técnicas de resolución. Presentación de una posible organización de la clase en cinco etapas. Presentación de la cuestión generatriz y algunas cuestiones derivadas.	
7. Fonseca, Pereira y Casas (2010) Acta de congreso	Matemática Q ₀ : <i>¿Cómo afrontar problemas que requieran la búsqueda de una solución óptima (máxima o mínima) para una función real?</i>	Secundario-Universitario (Ingeniería Química) Propuesta sin implementar	Propuesta de los aspectos más relevantes de un posible REI destinado a implementar en un taller de matemática y que puede servir para estudiar la actividad matemática ligada a la optimización de funciones. Modificaciones a la cuestión inicial. Descripción del posible desarrollo del REI en términos de los momentos del estudio. Propuesta de utilización del software GeoGebra y Maxima.	
8. Fonseca (2010)	Economía y Matemática	Universitario (Ciencias)	Descripción de la propuesta para un curso trimestral de Álgebra Lineal para	

	Acta congreso	Una empresa tiene tres sedes A, B y C. El director de recursos humanos ha adoptado una política de movilidad del personal senior que consiste en cambiar cada año algunos trabajadores de sucursal, con la posibilidad de volver a la sucursal de origen en los años posteriores. Si se aplica durante varios años seguidos la misma política (presentada en una matriz), Q ₁ : ¿Cómo evolucionará la distribución de trabajadores seniors en cada sucursal? Q ₂ : ¿Qué política se debe aplicar si se quiere que, a la larga, haya una determinada proporción p ₁ -p ₂ -p ₃ de trabajadores seniors en cada sucursal?	Económicas y Empresariales) /Seminario Propuesta sin implementación.	la asignatura de Matemáticas de primer curso de Ciencias Económicas y Empresariales Descripción de las Organizaciones Matemáticas que el REI permitiría estudiar. Descripción del posible desarrollo del REI en términos de los momentos del estudio	
9.	Gascón (2010) Revista	No se propone ninguna cuestión generatriz pues sólo se describe brevemente el constructo REI.	Teorización.	Descripción breve de la génesis y el desarrollo de una de las líneas de investigación de la didáctica de las matemáticas en España desde principios de los años 80 hasta nuestros días. Descripción de los tipos de problemas de la didáctica de la matemática. Descripción breve del constructo REI.	
10	Matheron y Noirfalise (2010) Acta de congreso	Matemática ¿Qué se puede decir de un triángulo del cual conocemos un ángulo? ¿Dos ángulos? ¿Tres ángulos?	Secundario (estudiantes de 13-14 años) Propuesta sin implementación.	Descripción de una propuesta de AEI para estudiantes de 11-12 años relativa al estudio de triángulos. Descripción de una propuesta de REI para estudiantes de 13-14 años relativo al estudio del Teorema de Thales. Descripción de las posibles etapas del desarrollo del REI y de las institucionalizaciones a desarrollar.	
11	Serrano, Bosch y Gascón (2010) Acta de congreso	Economía y Matemática La empresa de software educativo TAD (Tecnologías Aplicadas a la Docencia) lleva un registro de las ventas trimestrales de 7 de sus principales productos durante los últimos 3 años. Nos encarga un informe sobre las cuestiones siguientes: Q ₁ : ¿Qué ventas se pueden prever durante los próximos trimestres para cada producto? ¿Y para los próximos meses? Presentar una fórmula que permita calcular las previsiones y justificarla explicando las garantías y limitaciones de cada propuesta. Q ₂ : ¿Para qué productos se prevén unas ventas con un crecimiento mayor al 10% trimestral? ¿Para cuáles se prevé un decrecimiento mayor al 12% anual?	Universidad (Administración y dirección de empresas) Implementación en 4 grupos de primer curso de la licenciatura en administración y dirección de empresas y de la diplomatura en ciencias empresariales.	Presentación de las posibles cuestiones y sus derivadas. Descripción breve de la experimentación a partir del momento del primer encuentro, de la organización del trabajo en las sesiones, las puestas en común, la redacción del informe, el topos del alumno, del profesor, las restricciones y la dialéctica media-medio.	Pregunta generatriz y derivadas Momentos del estudio Restricciones Dialéctica media-medio
12	Barquero (2009) Tesis Barquero, Bosch y Gascón (2013)	Biología y Matemática Q ₀ : Si suponemos que conocemos el tamaño de la población X en algunos periodos de tiempo, ¿podemos predecir cómo evolucionará después de n periodos? ¿Será	Universidad-Ingeniería Técnica Química Industrial/Taller de matemática 4 implementaciones en	Identificación y descripción de las restricciones que dificultan y de las condiciones que se requieren para que la actividad de modelización matemática pueda vivir con normalidad en los actuales sistemas en enseñanza universitarios. Descripción detallada del problema docente de la enseñanza de las	Modelización y restricciones MPR Cuestión generatriz y

	Revista	<i>siempre posible predecir la evolución del tamaño de X a largo plazo? ¿Qué hipótesis sobre el entorno, la población y su crecimiento se tienen que asumir? ¿Cómo hacer predicciones sobre la evolución del tamaño de X y cómo validarlas?</i>	cuatro “talleres de modelización matemática” voluntarios y consecutivos, con 25-30 alumnos en cada experimentación.	matemáticas en las Ciencias Experimentales (CCEE). Descripción de los programas de estudio de las asignaturas de matemáticas durante los cursos académicos (del 2005/06 al 2007/08). Descripción de propuesta docente de la universidad de Roskilde (RUC). Revisión y descripción del lugar que ha ocupado la modelización matemática en la investigación en educación matemática. Presentación de las características básicas en las que se fundamenta la propuesta de los REI. Descripción del MPR a partir de las cuestiones derivadas, hipótesis y modelos posibles de construir para responderlas. Descripción breve de cada implementación en términos de cuestiones derivadas, modelos y respuestas propuestas por los estudiantes.	derivadas Dialécticas: descripción
13	Barquero, Bosch y Gascón (2011) Acta de congreso	No se explicita. Refiere al REI sobre dinámica de poblaciones.	No se explicita. Refiere a Barquero (2009) Teorización	Descripción del problema de la «ecología global» de los REI como propuesta didáctica para la enseñanza de la modelización matemática, centrándose en el análisis de restricciones que aparecen en los niveles más genéricos de codeterminación matemático-didáctica, aquellos que se sitúan más allá de la propia disciplina matemática: los niveles de la pedagogía, escuela, sociedad y civilización. Descripción de las restricciones que provienen de la epistemología y de la ideología pedagógica dominante en la comunidad científica universitaria. Formulación y descripción de indicadores del aplicacionismo en programas de las asignaturas de matemáticas, prefacios de libros de referencia, materiales curriculares, respuestas a un cuestionario y entrevistas al profesorado universitario de departamentos de CCEE de la Universidad Autónoma de Barcelona. Descripción teórica de algunas dialécticas: La dialéctica de los media y los medios; la dialéctica del individuo y el colectivo; la dialéctica de las preguntas y las respuestas; la dialéctica de circunscribirse y salirse del tema; y la dialéctica de la difusión y recepción de respuestas.	
14	Chevalarias. et al. (2011a). Libro	Matemática Q ₁ : <i>¿Cómo optimizar una cantidad?</i> Q ₂ : <i>¿Cómo conocer las variaciones de una cantidad?</i> Q ₃ : <i>¿Cómo comparar cantidades variables?</i>	Segundo año del liceo francés (estudiantes de 15 años) Propuesta sin implementación.	Presentación detallada de cada estudio a desarrollar en clase, posibles anticipaciones.	
15	Chevalarias. et al. (2011b). Libro	Matemática Q ₁ : <i>¿Cómo construir una figura bajo condiciones?</i> Q ₂ : <i>¿Cómo utilizar un sistema de referencia para demostrar propiedades en geometría?</i>	Segundo año del liceo francés (estudiantes de 15 años) Propuesta sin implementación.	Presentación detallada de cada estudio a desarrollar en clase, posibles anticipaciones.	
16	Fonseca (2011a) Revista	Matemática Q ₀ : <i>Tenéis que diseñar un acueducto para obtener el mayor caudal posible a partir de una lámina rectangular metálica: ¿Cómo se debe efectuar este doblaje de modo que el caudal sea máximo?</i>	Secundario-Universitario (Ingeniería Industrial) Propuesta sin implementar.	Descripción, mediante cinco conjeturas específicas algunas de las características principales de la rigidez de la OM estudiadas en secundaria. Grado de completitud de las OM posibles a desarrolladas.	
17	Fonseca (2011b) Revista	Matemática Diseño y fabricación de un contenedor que tenga el mayor volumen posible.	Universidad/Escuela de Ingeniería Industrial (especialidades de	Descripción del proceso de estudio a partir de los niveles de modelización de (Ruiz-Munzón, 2010) y de las cuatro fases del proceso de modelización elemental (Barquero, 2009).	Modelización Momentos de estudio Restricciones

			electrónica y química). Asignatura Cálculo.	Descripción de las sesiones de clase a partir de los momentos didácticos y de las tareas recuperadas del nivel secundario. Descripción de las limitaciones del desarrollo del taller.	
18	Fonseca (2011c) Revista	Matemática y Economía <i>Se nos pide desde la dirección de nuestra empresa información económica: por un lado, sobre tres modelos de motos que se fabrican en la terminal T en el que intervienen cuatro variables: ventas, costes, ingresos y beneficios y, por otro lado, sobre la contratación de un plan de pensiones para sus trabajadores.</i>	Universidad-Escuela de Ingeniería Industrial de Vigo. Una implementación (experiencia piloto) en un curso Organización Industrial.	Descripción del REI en seis etapas: el problema didáctico-matemático: estudio de la diagonalización de matrices; la institución; el contrato didáctico; una razón de ser; la cuestión generatriz y los momentos del estudio.	6 etapas de un REI Momentos del estudio
19	Fonseca, Casa e Insua (2011) Revista	Economía y Matemática Trabajas como un ingeniero en una empresa de construcción que fabrica tres tipos de ventanas. La empresa quiere hacer un estudio de mercado en el que figure la producción, el precio de coste, el precio de venta y los beneficios.	Universidad-Escuela de Ingeniería Industrial e Ingeniería Forestal de la Universidad de Vigo.	Presentación del REI en 6 etapas: problema didáctico-matemático; la institución; contrato didáctico; una razón de ser; cuestión generatriz y proceso de estudio. Descripción del proceso de estudio según las tres sesiones de clases.	6 etapas del REI Momentos del estudio
20	Fonseca, Pereira y Casas (2011) Acta de congreso	Matemática Diseño de un acueducto para obtener el mayor caudal posible a partir de una plancha rectangular metálica: 	Universidad-Escuela de Ingeniería Refiere a una implementación ya realizada.	Descripción de la rigidez de las OM de secundaria en términos de cinco conjeturas. Descripción del proceso de estudio en términos de los momentos del estudio y de las modificaciones introducidas a las tareas en cada grupo de clase.	5 conjeturas de la rigidez de la OM de S Momentos del estudio Modificaciones a las tareas
21	Ruiz-Higueras y García García (2011) Revista	Biología y Matemática <i>Hoy nos han regalado una caja con gusanos de seda. Debemos cuidarlos para que crezcan y se hagan muy grandes ¿Cómo debemos alimentar a nuestros gusanos con las hojas de morera para que puedan crecer y desarrollarse adecuadamente?</i>	Inicial/Taller de matemática Una implementación	Descripción de las praxeologías matemático-didácticas que surgen al realizar tareas de modelización matemática de un sistema dinámico de variación. Caracterización de la praxis y logos didáctico de la profesora a partir de la topogénesis, mesogénesis y topogénesis.	Modelización Praxis y logos del docente Funciones didácticas
22	Donvito, Otero y Sureda (2012) Revista	Economía y Matemática <i>¿Cuál es el mejor plan de ahorro para que la agrupación (grupo Q_0: de alumnos) genera la mayor cantidad de ingresos con bajo riesgo?</i>	Secundario/Curso de matemática 3 implementaciones.	Actitudes de la PICM (herbartiana, procognitiva, exotérica, de problematización, enciclopedista ordinario) Categorización inductiva y análisis de factores múltiples.	Actitudes
23	Llanos y Otero (2012) Revista	Matemática Q_0 : <i>¿Cómo operar con curvas cualesquiera, si sólo se conocen sus representaciones gráficas y la unidad en los ejes?</i>	Secundaria/Curso de matemática 6 implementaciones con 163 estudiantes.	Construcción y descripción del MPR. Análisis en términos de las decisiones consideradas en el nivel de las funciones didácticas topogénesis, cronogénesis y mesogénesis. Segmentación de cada clase y situación en episodios.	MPR Funciones didácticas
24	Boigues, Estruch, Roig y Vidal (2013)	Ciencias Ambientales y Matemática C_0 : <i>Se quiere estudiar el comportamiento de la evolución del número de individuos con</i>	Universidad (Escuela Politécnica Superior de Gandia) / Curso de	Identificación de modelos discretos que podrían responder las preguntas. Presentación de los modelos esperados.	

	Revista	<i>el tiempo para establecer tendencias y, a continuación, estudiar posibilidades de intervención, concretamente pesca, en el caso de que sea posible asegurar que la pesca constituye una actividad sostenible, es decir una actividad compatible con el crecimiento natural de la población de peces, asegurando una población estable.</i>	Matemática Propuesta sin implementación.		
25	Rodríguez-Quintana, Hidalgo-Herrero y Sierra (2013) Acta de congreso	Matemática Q ₀ : <i>¿Qué tarifa de telefonía móvil nos interesa más contratar?</i>	Secundaria 2 implementaciones.	Descripción del proceso de estudio a partir de las cuestiones derivadas y de las respuestas aportadas por los estudiantes. Descripción de las técnicas y comparación de las funciones empleando las técnicas más utilizadas por los estudiantes: aritmética, algebraica y gráfica. Mención a las dialécticas: de circunscribirse y salirse de tema; del individuo y colectivo; preguntas y respuestas; recepción y difusión; y medios-media.	Pregunta generatriz y derivadas Respuestas de los estudiantes Técnicas Mención a las dialécticas: de circunscribirse y salirse de tema; del individuo y colectivo; preguntas y respuestas; recepción y difusión; y medios-media
26	Bellenoue. et al. (2014). Libro	Física y Matemática Q ₁ : <i>¿Cómo funciona una antena parabólica?</i> Q ₂ : <i>¿Cómo se recorren dos vías de circulación rápida? (carriles o rutas)</i> Q ₃ : <i>¿Cómo optimizar una cantidad?</i>	Primer año del liceo francés (estudiantes de 16 años) Propuesta sin implementación.	Presentación secuenciada y detallada de cada estudio a desarrollar en clase con sus resoluciones y las nociones que la misma involucra. Presentación de posibles anticipaciones.	
27	Costa, Arlego y Otero (2014) Revista	Física, Matemática, Arquitectura y Ambiente Q ₀ : <i>¿Cómo construir edificaciones sustentables?</i>	Universitario (Facultad de Ingeniería) /Curso de matemática 1 implementación	Descripción de un modelo praxeológico de referencia. Análisis detallado de los niveles de codeterminación. Presentación del MPR. Descripción del proceso de estudio en términos de las preguntas derivadas y de las praxeologías construidas para dar respuesta a las mismas.	MPR Niveles de codeterminación Pregunta generatriz y derivadas Respuestas de los estudiantes
28	Dorado Auz y Díaz Gómez (2014) Revista	Química y Biología y Matemática Q ₀ : <i>Ante una infección bacteriana por E. coli ¿qué medicamento hipotético dará mejores resultados: un medicamento A con un factor de efectividad del 75% y que se suministra cada tres horas; un medicamento B con un factor de efectividad del 90% y que se suministra cada 6 horas; o un medicamento C con efectividad de 95% y que se suministra cada 24 horas.</i>	Universidad-Primer curso Introducción al Cálculo Diferencial e Integral del primer año de la carrera de Químico Biólogo Clínico. 1 implementación	Descripción del REI en las 6 fases propuestas por Fonseca (2011) Descripción de las seis actividades diseñadas para resolver en clase y presentación de ejemplos de resolución realizados por los estudiantes.	6 etapas del REI Tareas
29	Barquero (2015) Revista	Matemática Q ₀ : <i>Dada la demanda actual, ¿cómo podemos mejorar la distribución de</i>	Universidad/Curso optativo llamado MathMod/Taller de modelización	Transformaciones y adaptaciones del diseño para implementar en dos Instituciones diferentes. Descripción de la relatividad institucional del REI.	Cuestión generatriz y derivadas Modelos

		<p><i>bicicletas dentro del sistema?</i> <i>Q_{0(A)}: ¿Cómo podemos describir el flujo de bicicletas que hay diariamente entre las distintas estaciones? ¿Cuál sería la evolución natural del sistema si fuese autogestionado (sin reposición de bicicletas)?</i> <i>Q_{0(B)}: ¿Cómo podemos predecir las necesidades de reposición de bicicletas? ¿Qué cambios se deberían introducir para que el sistema tuviese más capacidad de mover el material necesario en el menor tiempo posible?</i></p>	2 implementaciones	Descripción del proceso de estudio a partir de las cuestiones derivadas y los modelos construidos para dar respuestas.	
30	Olivera Lucas (2015) Tesis	<p>Medicina Nuclear y Matemática <i>Q₁: ¿Cómo varía la masa de una sustancia radioactiva después de su desintegración?</i> <i>Q₂: ¿Cómo estudiar la variación de la concentración de un radiofármaco en el plasma Sanguíneo de un paciente t minutos después de su administración?</i> <i>Q₃: Conociendo la velocidad de administración por vía endovenosa, de una dosis de un radiofármaco, ¿cómo puede variar esa dosis (cantidad) a lo largo del tiempo?</i> <i>Q₄: ¿Cómo se puede prever a lo largo del tiempo el número de casos de cáncer de tiroides en las poblaciones más cercanas al accidente en la antigua central ucraniana de Tchernobil?</i> <i>Q₅: ¿Cómo se puede prever la evolución del impacto de estos efectos genéticos en las generaciones futuras?</i></p>	Transición Secundario-Universitario (Licenciatura en Medicina Nuclear) /Curso de matemática 1 implementación en la universidad	<p>Descripción de los antecedentes sobre las condiciones que inciden sobre el desarrollo de la modelización matemática en el paso de Secundaria a la Universidad. Reseña sobre el cálculo diferencial y la modelización funcional en las investigaciones didácticas. Construcción y descripción de un MPR que articula el cálculo diferencial elemental y la modelización funcional y formulación del problema didáctico: razón de ser «oficial» del cálculo diferencial Elemental. Análisis de cada sesión de clase en términos de las cuestiones, actividades y técnicas.</p>	Restricciones y condiciones Modelización MPR Cuestión generatriz y derivadas Tareas y técnicas
31	Sala, Barquero, Font y Giménez (2015) Acta de congreso	<p>Historia y Matemática <i>S_i: el asedio que sufrió la Barcelona de hace 300 años a causa de la guerra de Sucesión Española.</i></p>	Secundario 2 implementaciones en grupos pilotos	Descripción de la implementación de acuerdo a algunas preguntas derivadas y la manera en que los estudiantes abordaron el proceso de estudio.	Pregunta generatriz y derivadas Respuesta de los estudiantes
	Sala, Barquero y Font (2018) Acta de congreso	<p>Historia y Matemática Descubrimiento de ruinas romanas en el centro de Badalona (España). <i>C₀: ¿Qué esconden estas ruinas?</i></p>		<p>Discusión de las actividades de indagación y modelización como actividades inseparables. Descripción de las fases de las implementaciones. Conclusiones en términos de la dialéctica de preguntas y respuestas y de la dialéctica media-medio.</p>	Modelización Dialéctica de preguntas y respuestas y de la dialéctica media-medio
32	Barquero Farràs, Ruiz-Munzón, Monreal Galán y Barajas Frutos (2016)	<p>Ciencias Empresariales y Matemática <i>Q₀: Se predice que FB (Facebook) perdería el 80% de sus usuarios antes de 2017. que se plantea a los estudiantes es si: ¿Pueden ser ciertas estas predicciones? ¿Cómo</i></p>	Universidad/Primer curso de Ciencias Empresariales. 1 implementación, combinando el entorno virtual ofrecido por la c-	Descripción de la implementación en tres fases: Exploración y recogida de datos; Determinación de los modelos de ajuste a los datos reales y uso de los modelos para dar previsiones sobre la evolución de FB.	Modelos

	Revista	<i>podemos modelizar y ajustar los datos reales sobre los usuarios de FB y hacer previsiones sobre su evolución?</i>	unidad con sesiones presenciales		
33	Bellenoue. et al. (2016). Libro	Ciencias Ambientales y Matemática Q ₁ : <i>¿Cómo hablar del clima?</i> Q ₂ : <i>La “millefeuille” territorial. ¿Francia es una excepción en la Unión Europea?</i> Q ₃ : <i>¿Cómo estimar las chances de ganar a los dados?</i> Q ₄ : <i>¿Cómo calcular las chances de ganar un juego?</i>	Segundo año del liceo francés (estudiantes de 15 años) Propuesta sin implementar	Presentación secuenciada y detallada de cada estudio a desarrollar en clase con sus resoluciones y las nociones que la misma involucra. Presentación de posibles anticipaciones.	
34	Byache, Beaubiat y Spaier (2016) Revista	Ciencias de la Ingeniería y Matemática <i>¿Cómo un ordenador puede hacer para proponer un video juego en la pantalla?</i>	Segundo año del liceo francés (estudiantes de 15 años) Propuesta sin implementar	Determinación de las cuestiones derivadas y respuestas. Descripción de la relación entre matemática y algoritmos en la enseñanza y el nivel de desarrollo de instrumentos digitales disponibles.	
35	Rodrigues, de Menezes y dos Santos (2016, 2017, 2018) Actas de congreso Revista	Matemática Q ₀ : <i>¿Cómo representar la situación actual y futura de los casos de jubilación de las mujeres y de los hombres, tomando por base la ley 13.183/2015 que trata de los cambios en algunas reglas para las jubilaciones?</i>	Universidad/Licenciatura en Matemática 1 implementación	Presentación de las etapas de la modelización algebraica-funcional de Ruiz-Munzon, 2010 como bases para la construcción de un posible MER. Condiciones y restricciones para la implementación del REI. Descripción breve de la implementación a partir de algunas preguntas derivadas y la utilización de praxeologías.	Modelización y condiciones y restricciones Pregunta generatriz y derivadas
36	Espinoza Melo y Sánchez Soto (2017) Revista	Ingeniería en Construcción y Matemática Q ₀ : <i>¿Cómo utilizar los datos de la encuesta de Caracterización para describir las viviendas de Provincia de Concepción con base de variables sociodemográficas y del área de la construcción?</i>	Universidad (dos cursos de Estadística del tercer semestre de la Carrera Ingeniería en Construcción) 1 implementación a lo largo de todo un semestre.	Aplicación del Inventario de Estrategias de Ronald Schmeck a través de la implementación de un REI. Diseño cuasiexperimental en un curso de Estadística en la universidad con dos grupos uno experimental (31 estudiantes) y control (30 estudiantes). Aplicación de pretest y postest en ambos grupos, específicamente el Inventario de estrategias de Ronald Schmeck. Influencia del dispositivo en las categorías de procesamiento de la información y en los tipos de aprendizajes asociados a ellas.	Estrategias de Ronald Schmeck Procesamiento de la información
37	Roa-González e Hidalgo-Herrero (2018) Acta de congreso	No se explicita.	Teorización.	Teorización sobre la vinculación entre los REI y el aprendizaje cooperativo. Propuesta de 7 etapas en las cuáles este vínculo podría desarrollarse.	
38	Gazzola, Otero, Llanos, y Arlego (2015) Revista	Física y Matemática Q ₀ : <i>¿Por qué se cayó la Piedra Movediza de Tandil?</i>	Secundario 1 implementación en 2 cursos de matemática	Descripción de las características principales del REI propuesto y del implementado mediante algunos protocolos obtenidos durante las dos implementaciones. Determinación de las restricciones imperantes en la Escuela Secundaria.	Restricciones
	Gazzola, Otero, Llanos, y Arlego (2016) Acta de congreso		Secundario 3 implementaciones en cursos de matemática	Formulación de preguntas derivadas de Q ₀ y estudiadas durante las implementaciones. Presentación de los conocimientos matemáticos y físicos estudiados o reestudiados durante las implementaciones.	Pregunta generatriz y derivadas Praxeologías matemáticas y físicas
	Gazzola (2018) Tesis		Secundario 5 implementaciones en cursos de matemática	Construcción y descripción del MPR. Análisis y descripción de la construcción del medio didáctico en cada una de las implementaciones. Análisis del funcionamiento de cada una de las dialécticas: categorización inductiva a partir de la cual, se efectúa una descripción cualitativa del funcionamiento de cada una de ellas. Análisis cuantitativo manipulando técnicas estadísticas de análisis	MPR Medio didáctico Dialécticas: indicadores, categorización inductiva, análisis multivariado.

				univariado, bivariado y multivariado; utilizando el paquete estadístico SPAD.	
39	Parra y Otero (2017, 2018) Revista Acta de congreso	Microeconomía y Matemática Q ₁ : <i>¿Cómo calcular el punto de equilibrio en un modelo lineal de mercado?</i> Q ₂ : <i>¿Cuánto varía exactamente el punto de equilibrio al modificar los parámetros del modelo?</i>	Secundario (estudiantes de 16-17 años) 2 implementaciones	Construcción y descripción del MPR. Construcción de un conjunto de indicadores didáctico-matemáticos de cada una de las dialécticas.	MPR Dialécticas: indicadores
40	Salgado, Otero y Parra (2017, 2018) Revista Acta de congreso	Economía y Administración de Empresas y Matemática Q ₀ : <i>¿Cómo calcular los costos en un micro-emprendimiento?</i>	Universidad 2 implementaciones en dos cursos de matemática del primer año de las carreras Licenciatura en Economía, Licenciatura en Administración de Empresas y Contador Público.	Readaptación del conjunto de indicadores de cada una de las dialécticas formulado por Parra y Otero (2017, 2018) al contexto universidad.	Dialécticas: indicadores
41	Kuzuoka y Miyakawa (2018) Acta de congreso	Biología y Matemática P ₀ : <i>¿Cuándo el número de todas las personas en el mundo que han vivido hasta el año 1900 es igual al número de personas después del año 1900?</i>	Secundario 1 implementación en un grupo de estudiantes de 13-14 años.	Condiciones y restricciones de la implementación. Descripción del proceso de estudio desarrollado por dos de los ocho grupos de clase a partir de la dialéctica de preguntas y respuestas y dialéctica media-medio: se proponen las preguntas formuladas por los grupos, sus respuestas y los recursos utilizados por los estudiantes para construir esas respuestas.	Condiciones y restricciones de preguntas y respuestas y dialéctica media-medio

Tabla 1: Artículos que refieren a enseñanzas por REI

Parra Verónica: Profesora en Matemática. Licenciada en Educación Matemática. Doctora en Enseñanza de las Ciencias, mención Matemática por la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN). Postdoctorado en la Universidad de Brest, Francia. Investigadora Asistente en el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Profesora adjunto en la Facultad de Ciencias Exactas (UNICEN). Miembro del Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT).