REVISTA ELECTRÓNICA DE INVESTIGACIÓN
EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS
ISSN 1850-6666

Enseñar a partir de preguntas: la influencia de la posición institucional

María Rita Otero[1,2], María Paz Gazzola[1,2] Viviana Carolina Llanos[1,2]

rotero@exa.unicen.edu.ar, mpgazzola@exa.unicen.edu.ar, vcllanos@exa.unicen.edu.ar

[1]*NYECYT, Universidad Nacional del Centro de la Prov de Bs. As. Paraje Arroyo Seco s/n , Tandil, Argentina.*
[2]*Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital, Carrera 3 No.26 A - 40, Bogotá, Colombia.*

Resumen

En este trabajo se analiza la interacción y el uso de una pregunta que involucra conocimientos matemáticos propios de la escuela secundaria realizado por 62 profesores de matemática en servicio durante un curso de didáctica de la matemática en la universidad. Se adopta la teoría Antropológica de lo Didáctico para analizar la actividad didáctico-matemática de estos profesores y se consideran dos posiciones institucionales diferentes: de estudio y de enseñanza. Los resultados ponen de manifiesto la relevancia de la posición de estudio para el paradigma del cuestionamiento y muestran que el cuestionamiento casi desaparece en la posición de enseñanza.
Palabras clave: Formación de profesores, didáctica de la matemática, TAD.

Teaching from questions: the influence of the institutional position

Abstract

This paper analyzes the interaction and use of a question that involves mathematical knowledge typical of high school, carried out by 62 mathematics teachers in service during a mathematics didactics course at the university. The Anthropological Theory of Didactics is adopted to analyze the didactic-mathematical activity of these teachers in two different institutional positions: study and teaching. The results show the relevance of the study position for the questioning paradigm and that questioning almost disappears in the teaching position.
Keywords: Teacher training, mathematics didactics, ATD.

Enseignement depuis des questions : l'influence de la position institutionnelle

Résumé

Cet article analyse l'interaction et l'utilisation d'une question qui implique des connaissances mathématiques typiques du lycée, réalisée par 62 professeurs de mathématiques en service lors d'un cours de didactique des mathématiques à l'université. La théorie anthropologique du didactique est adoptée pour analyser l'activité didactique et mathématique de ces enseignants situés en deux positions institutionnelles différentes sont envisagées : l'étude et l'enseignement. Les résultats montrent la pertinence de la position d'étude pour le paradigme du questionnement et montrent que le questionnement disparaît presque dans la position d'enseignant.
Mots clés : Formation des enseignants, didactique des mathématiques, TAD.

1. El PROBLEMA Y SUS ANTECEDENTES

Este trabajo integra una serie de investigaciones que venimos realizando, cuyo objetivo es indagar sobre las condiciones para que los profesores tanto en formación como en servicio puedan realizar enseñanza por indagación y ciertos gestos didácticos propios de dicha enseñanza (Otero, 2021). Tales gestos son propios de un paradigma de enseñanza emergente, descripto y propuesto por la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) Chevallard (1999, 2012, 2013). Además de la noción de Paradigma de la Investigación y del cuestionamiento del mundo (PICM), la TAD también ha creado y desarrollado un modelo para el estudio de una pregunta, llamado modelo herbartiano, que se materializa en los Recorridos de Estudio e Investigación (REI) (íbid). Por el momento, los REI son los dispositivos didácticos más apropiados para enseñar en correspondencia con el paradigma del cuestionamiento.

En nuestras primeras investigaciones (Llanos, Otero, Gazzola, 2019; Otero et al., 2014; 2016) analizamos cómo los profesores en formación desarrollaban un REI codisciplinar en matemática y física con estudiantes del último año del profesorado universitario en Matemática, estudiando la pregunta generatriz Q_0: ¿Por qué se cayó la Piedra Movediza de Tandil? Las mayores dificultades encontradas se relacionan con la modelización matemática, debido a que en la universidad se la concibe más como aplicación que como generación de conocimiento nuevo. En las investigaciones que hemos realizado con profesores servicio (Otero, Llanos, 2019, 2021; Otero, Llanos y Arlego, 2019; Otero, Llanos, y Parra, 2019) les propusimos estudiar y enseñar a partir de un REI sobre el funcionamiento de las antenas parabólicas. En dichos trabajos consideramos las diferencias entre la posición institucional de analizar y estudiar un REI y la de enseñar con él, cuando se pasa a la segunda posición, es decir a la organización de la enseñanza, se observa que la actitud de cuestionamiento desaparece. También identificamos que los

Recepción:10/04/2021 *Aceptación: 09/10/2021*

profesores proponen enseñar solo los “temas” que ellos vinculan directamente con el programa efectivamente enseñado en la escuela secundaria. En nuestros primeros trabajos, atribuimos las dificultades de los profesores en servicio al hábito de controlar completamente el medio didáctico, para evitar la incertidumbre que supone perder el control o cederlo a otros, como ocurre en un REI (Otero y Llanos, 2019). Además, advertimos los profesores ven a las cuestiones que involucran un estudio codisciplinar como demasiado alejadas de su práctica habitual, razón por la cual en la investigación que estamos presentando se estudia una cuestión que remite a praxeologías más próximas al curriculum real de la secundaria, tal como la propuesta en el problema de la caja de pastelero (Chappaz y Michon, 2003), relacionada con las matemáticas enseñadas como las funciones polinómicas y con las sucesiones geométricas, más alejadas de la enseñanza habitual.
En este trabajo adoptamos el marco teórico de la TAD para analizar la actividad didáctico-matemática de 62 profesores de matemáticas en servicio, en la posición institucional de estudio y de enseñanza a partir del problema antes mencionado. Se trata de dos cohortes de Profesores que están realizando un curso de Didáctica de la Matemática en la universidad, donde se estudian nociones básicas de la TAD.

2. MARCO TEÓRICO

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999, 2012) aboga por la emergencia de un nuevo paradigma el de la investigación y el cuestionamiento que viene a sustituir al paradigma dominante y arraigado, denominado por Chevallard (2012) como monumental. El monumentalismo es una metáfora que la TAD construye para describir un fenómeno didáctico caracterizado por tratar al saber matemático como un monumento, al que hay que admirar, preservar, conservar, visitar sin cuestionarlo, como si el saber fuese inmutable.

La relación de una persona p con un objeto O, ocurre en una institución social I, donde la vinculación de la persona con el objeto, se caracteriza por el tipo de prácticas que las personas que ocupan una cierta posición p en I realizan con O. La TAD se interesa por las relaciones institucionales R_I (p,O), así las relaciones con un objeto de saber son diferentes en la posición de estudiante, que en la de profesor o que en la de padre que ayuda a estudiar a su hijo, o que en la de didacta.

Los Recorridos de Estudio y de Investigación (REI) son los dispositivos que la TAD propone para enfrentar el fenómeno de la monumentalización. Los REI se desarrollan a partir de una pregunta Q_0, llamada generatriz que no admite una respuesta inmediata, sino que es preciso reconstruirla.

En un REI, el profesor introduce una pregunta en sentido fuerte Q, llamada generatriz, cuyo estudio llevará a encontrar o reencontrar organizaciones de una disciplina (recorrido mono disciplinar) o de varias (recorrido codisciplinar). De este modo se genera una cadena de preguntas y respuestas que integran el corazón del proceso de estudio. Para responder a la pregunta generatriz y elaborar una respuesta posible, es preciso construir un medio didáctico M, es decir, un medioambiente y una infraestructura apropiados que permitan desarrollar y validar una respuesta posible. Dicho medio debe ser fabricado y organizado conjuntamente por la comunidad de estudio. El medio no está construido previamente, sino que se va generando a medida que se va elaborando una respuesta a Q, a partir de todos los elementos que se decide incorporar a él porque serían potencialmente útiles para elaborar las respuestas. La construcción de M es tanto una responsabilidad del estudiante como del profesor, siendo este último solo un sistema de información más en la clase (media), esto significa que sus informaciones reciben idéntico tratamiento que las de otros, esto es: ningún sistema de información puede ser validado “bajo palabra” (Chevallard, 2007).

3. METODOLOGÍA

La investigación se desarrolló en dos cohortes de un curso universitario de didáctica de la matemática con 62 profesores de matemáticas en servicio. El curso es parte de la carrera universitaria Licenciatura en Educación Matemática (LEM). Los profesores trabajan en diversas regiones y provincias del país y poseen diferentes trayectorias de formación en instituciones terciarias no universitarias. Si bien la mayoría se desempeña en la enseñanza secundaria, su experiencia profesional es disímil y oscila entre 2 a 36 años.

En el último mes del curso, se propuso a los profesores el estudio de una cuestión generatriz, y luego, organizar a partir de ella, una enseñanza hipotética, involucrando algunos gestos didácticos del paradigma del cuestionamiento. El objetivo nunca fue que los profesores desarrollaran un REI. La pregunta generatriz se relaciona con el problema *"La boîte du pâtissier”* de Chappaz & Michon (2003). Las dificultades de los profesores nos llevaron a “corregir” cada entrega escrita, realizar comentarios orientativos y solicitar una reformulación interactuando con cada uno de los grupos conformados.

La Tabla 1 muestra cada una de las tareas propuestas a los profesores y su secuencia temporal. Las tareas colocan a los profesores en dos posiciones institucionales relativamente diferentes: de estudio y de enseñanza. En la primera se trata de estudiar, analizar y resolver el problema de manera individual (RI) y grupal (RG). En la segunda, se solicita proponer una posible organización de la enseñanza primero grupal (PCG) y después individual (PCI). En la segunda cohorte a diferencia de la primera, no se solicitaron reformulaciones por escrito, ya que los cambios entre las reformulaciones resultaban menores.

Tabla 1: Tareas en cada cohorte

	Estudio				Enseñanza		
CC1	T1	T1bis	T2	T2 bis	T3	T3 bis	T4
	RI	Reformulación RI	RG	Reformulación RG	PCG	Reformulación PCG	PCI

CC2	T1 RI	T2 RG	T3 Propuesta CG	T4 PCI

4. EL PROBLEMA DE LA CAJA

La Tarea fue presentada a los profesores de la siguiente manera:

> **El Problema de las cajas**
>
> 1. Hay que construir cajas, siguiendo las instrucciones del video: https://www.youtube.com/watch?v=gxjpF4bUdDY
> 2. ¿Cuáles son el alto, el ancho y el largo de las cajas que se obtienen si se considera cualquier hoja? ¿Por ejemplo: cómo se calcularía el V, la Sb, el perímetro total, etc.?
> 3. ¿Cómo podemos realizar cajas anidadas con las hojas A0, A1, A2, etc.?

Los profesores decidieron cuál o cuáles preguntas estudiar en mayor o menor profundidad. Se esperaba que sus opciones resultaran orientadas por el programa que ellos realmente enseñan. Esto hubiera implicado que mayoritariamente adoptaran el marco funcional para organizar la enseñanza.

Si bien las sucesiones y series aritméticas y geométricas, integran el curriculum oficial de la escuela secundaria argentina, en general no son enseñadas.

5. MODELO PRAXEOLÓGICO DE REFERENCIA

A continuación, presentamos sintéticamente el Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) elaborado por los investigadores. Dicho MPR contiene las OM involucradas en el estudio de la pregunta generatriz según el contexto de la escuela secundaria y también las OD esperables, ya que estamos indagando sobre los profesores y la forma en que en esa posición podrían resolver el problema con miras a la enseñanza.

El sistema que se requiere estudiar es una caja rectangular construida como indica el video. La caja, surge de una hoja de dimensiones L y H, siendo L la dimensión donde se realizan los dobleces. Si se realizan algunas consideraciones geométricas a partir de la hoja plegada, se obtienen las relaciones que se representan en la Figura 1.

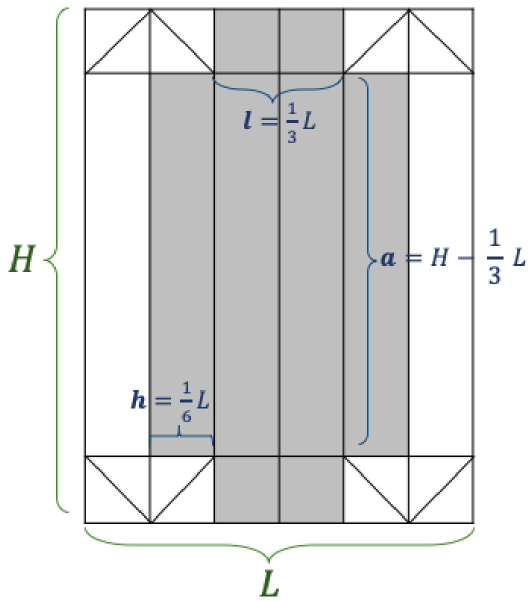

Figura 1. Caja desplegada

¿Cuál es el largo, alto y ancho de la caja dados L y H?

¿Qué superficie de la base, superficie lateral, perímetro o volumen tiene la caja?

El alto, largo y ancho de la caja:

$$h = \frac{1}{6}L, l = \frac{1}{3}L, a = H - \frac{1}{3}L$$

$$\text{Si } \ a > 0 \ \Rightarrow H > \frac{1}{3}L, L > 0$$

La superficie de la base puede escribirse como:

$$S_b(L,H) = l.a = \frac{1}{3}L\left(H - \frac{1}{3}L\right) = \left(\frac{1}{3}L.H - \frac{1}{9}L^2\right)$$

La superficie lateral:

$$S_{lat}(L,H) = \frac{1}{3}LH$$

La superficie total:

$$S_{TOT}(L,H) = \frac{2}{3}LH - \frac{1}{9}L^2$$

El volumen:

$$V(L,H) = \frac{1}{6}L.\frac{1}{3}L.\left(H - \frac{1}{3}L\right) = \frac{1}{18}L^2H - \frac{1}{54}L^3$$

El perímetro sin tapa:

$$P_{\sin tapa}(L,H) = \frac{2}{3}L + 2H$$

El perímetro sin tapa:

$$P_{\sin tapa}(L,H) = \frac{2}{3}L + 2H$$

El marco funcional se adopta para enfatizar la dependencia de estas magnitudes con las dimensiones de la hoja. En todos los casos, se trata de funciones polinómicas en dos variables o ecuaciones polinómicas en R^3. Considerando que la mayoría de los profesores del curso se desempeñan en la escuela secundaria, la representación geométrica de superficies en R^3, o de ecuaciones polinómicas en tres variables, resulta una organización extraña a dicha institución. En consecuencia, suponemos que sería más viable estudiar allí, ecuaciones polinómicas o racionales en dos variables, o sea en R^2.

Si se quisiera reducir las variables es posible parametrizar uno o ambos lados de la hoja, o bien, la superficie, o el volumen o el perímetro en cuestión. Para el primer caso, es importante notar que, si L fuera un parámetro, todas las funciones a estudiar serán lineales, y esto resulta demasiado restringido y contraintuitivo. Por esta razón el parámetro debería ser H.

Si se parametrizan ambos lados de la hoja para construir cajas anidadas conforme a las indicaciones de la tarea, se podría estudiar un tipo peculiar de función, como las sucesiones geométricas.

Si se establece como parámetro al volumen, o a la superficie, se obtienen ecuaciones racionales en dos variables, o funciones hiperbólicas de una variable, según se muestra a continuación.

Si la superficie fuera un parámetro, se obtiene una familia de funciones hiperbólicas que con relación al sistema “caja” representan curvas de isosuperficie, que se encuentran representadas gráficamente en la Figura 2.

$$s = \frac{1}{3}L.H - \frac{1}{9}L^2 \text{ entonces } H(L) = \frac{L}{3} + \frac{3s}{L}, L > 0$$

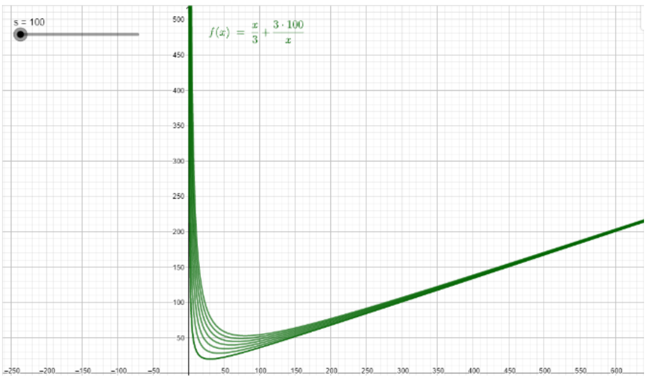

Figura 2. Curvas de isosuperficie

Si el parámetro es el volumen, se tiene nuevamente una familia de funciones hiperbólicas o curvas de isovolumen en el sistema “caja”, que se representan gráficamente en la Figura 3.

$$H(L) = \frac{L}{3} + \frac{18\,v}{L^2},\ L > 0$$

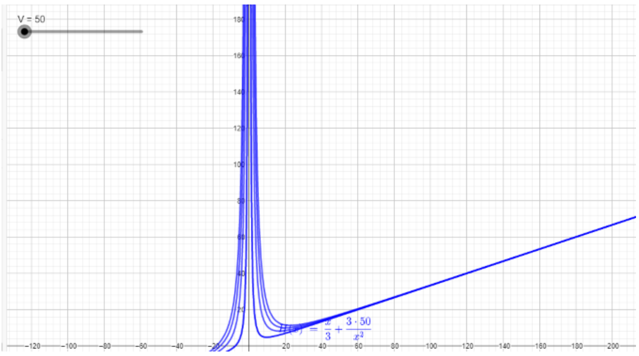

Figura 3. Curvas de isovolumen

El reconocimiento y la distinción entre constantes, variables y parámetros, así como el carácter relativo e intercambiable de estos dos últimos que se evidencia en este caso, es una dificultad considerable para los profesores en formación y en servicio, tanto cuando realizan actividades de modelización matemática como cuando tienen que interpretar las soluciones de una ecuación diferencial (Otero, Llanos, 2018; Gazzola y Otero, 2021).

Esta dificultad es el producto de un extendido y consolidado proceso traspositivo, que se observa incluso en cursos universitarios de matemática, según el cual se enfatiza que los parámetros son fijos. Además, esta idea impide ir más allá de los dos primeros niveles de modelización algebraico-funcional descriptos por Ruiz, Bosch & Gascón (2007, 2015).

El problema de la caja es apropiado para enseñar a los profesores que el análisis praxeológico y didáctico resulta indispensable para estudiar y enseñar cualquier pregunta, porque es una herramienta fundamental para considerar el potencial matemático y didáctico de una cuestión.

5.1 Las cajas anidadas

Las cajas se construyen con la serie de hojas A0, A1, A2, etc. definidas por las normas ISO 216 (Figura 4). Dada An, el área de la hoja siguiente An+1 es la mitad del área de la hoja An, formándose así una sucesión geométrica de razón 0,5.

Las áreas de las hojas rectangulares sucesivas son proporcionales, por tratarse de rectángulos semejantes, sus lados son también proporcionales. En este caso, y más allá del área de la hoja A0, fijada por la norma, la forma de construcción de las hojas sucesivas conduce a que la razón entre los lados es $\frac{H}{L} = \sqrt{2}$.

Los lados de las hojas sucesivas, los perímetros de las cajas obtenidas con ellas, las superficies de sus bases y los volúmenes, conforman respectivamente, sucesiones geométricas, que son funciones de $n \in$ N

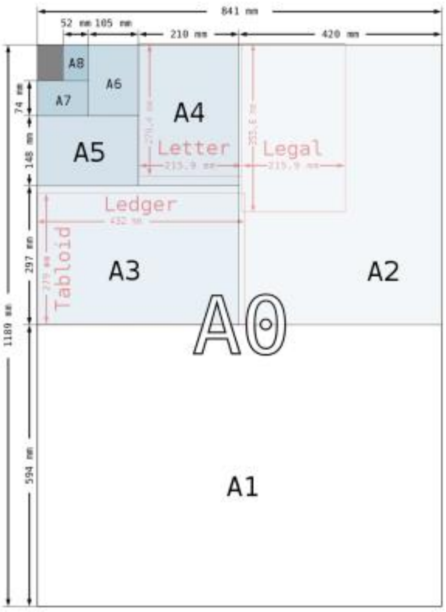

Figura 4. Serie de las hojas formato DIN A

Para el lado más corto de A0, haciendo $L = a$

$$l_n(n): a, \frac{\sqrt{2}}{2}a, \frac{a}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}a \ldots. \quad l_n(n) = a\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$$

Para las superficies de la base de la caja:

$$Sb_n(n): \frac{a^2}{3}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right), \frac{a^2}{6}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right), \frac{a^2}{12}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)$$

$$Sb_n(n) = \frac{a^2}{3}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Para los volúmenes de la caja:

$$V_n(n) = \frac{a^3}{18}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{n-1}$$

6 LAS SOLUCIONES DE LOS PROFESORES

En esta sección describimos las categorías construidas inductivamente a partir de las soluciones de los profesores, en cada una de las tareas y posiciones mencionadas en la Tabla 1 y discutimos los resultados obtenidos.

Las tareas pueden dividirse en aquellas donde el profesor estaba en la posición de estudiante universitario, en las cuales debía resolver y analizar el problema, sin que explícitamente se hubiera solicitado cómo o qué enseñar con él y tareas de enseñante donde sí, se solicitó organizar la enseñanza con la pregunta estudiada previamente.

Solución numérica: Esta categoría se generó porque en un número considerable de respuestas, los profesores asignan valores numéricos a las hojas y resuelven numéricamente. Las subcategorías, analizan si esto se realiza solo para la caja, construida con cualquier hoja, o para las que debían usar la serie DIN A, o en ambos casos.

Solución Algebraica: esta categoría describe las soluciones de quienes optaban o no, por la búsqueda y el empleo de fórmulas para representar las relaciones entre las variables. Además, se analiza si las soluciones explicitan algún tipo de relación funcional entre las variables.

Sucesión Geométrica: Si bien el currículum oficial contiene a la organización matemática Sucesiones y series, que involucra a las sucesiones aritméticas y geométricas, estas no son enseñadas en la práctica. Por eso, inicialmente muy pocos profesores resolvieron la tarea de las cajas anidadas, relacionándola con esta OM.

Representación pictórica-geométrica de la caja: esta categoría analiza la importancia otorgada a la hoja con los pliegues, que surge de desarmar la caja, tanto en la solución como en la enseñanza. Es decir, se analiza si los profesores consideraban la utilidad de la caja "desarmada" para formular las relaciones entre las variables y si tomaban en cuenta las relaciones geométricas que justifican dichas relaciones al formular las dimensiones de la caja.

En las tablas 2 y 3 se muestran las frecuencias relativas para cada tarea en las dos cohortes respectivamente.

Tabla 2: Frecuencias relativas para las tareas de la primera cohorte

C1		Estudiante				Enseñante		
		T1	T1 bis	T2	T2 bis	T3	T3 bis	T4
Representación de la caja								
0	No	0,48	0,55	0	0	0,47	0,32	0,58
1	Tridimensional o desplegada	0,27	0,21	0,47	0,32	0,35	0,50	0,25
2	Consideraciones geométricas	0,24	0,24	0,53	0,68	0,18	0,18	0,17
Solución Numérica								
0	No	0,48	0,27	0,15	0,00	0,47	0,18	0,42
1	Cajas	0,12	0,06	0,00	0,00	0,00	0,15	0,46
2	Cajas anidadas	0,27	0,45	0,71	0,85	0,53	0,68	0,04
3	Ambas cajas	0,12	0,21	0,15	0,15	0,00	0,00	0,08
Solución Algebraica								
0	No	0,06	0,06	0,00	0,00	0,15	0,29	0,38
1	Fórmulas	0,85	0,79	0,82	0,68	0,85	0,71	0,33
2	Dependencia funcional	0,09	0,15	0,18	0,32	0,00	0,00	0,29
Sucesión Geométrica								
0	No	0,85	0,33	0,47	0,15	0,68	0,50	0,75

1	Si	0,15	0,67	0,53	0,85	0,32	0,50	0,25

Tabla 3: Frecuencias relativas para las tareas de la segunda cohorte

C2		Estudiante		Enseñante	
		T1	T2	T3	T4
Representación de la caja					
0	No	0,26	0,00	0,23	0,03
1	Tridimensional o desplegada	0,35	0,55	0,45	0,47
2	Consideraciones geométricas	0,39	0,45	0,32	0,50
Solución Numérica					
0	No	0,65	0,29	0,29	0,47
1	Cajas	0,13	0,00	0,42	0,23
2	Cajas anidadas	0,10	0,61	0,00	0,23
3	Ambas cajas	0,13	0,10	0,29	0,07
Solución Algebraica					
0	No	0,00	0,00	0,26	0,07
1	Fórmulas	0,94	0,84	0,58	0,77
2	Dependencia funcional	0,06	0,16	0,16	0,17
Sucesión Geométrica					
0	No	0,97	0,39	0,61	0,47
1	Si	0,03	0,61	0,39	0,53

7 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Tomando en cuenta los valores de la Tabla 2, en la posición de estudio, solo la mitad de los profesores de la primera cohorte, analizaron desde el inicio la construcción y deconstrucción de la caja, que es clave para modelar matemáticamente las relaciones del sistema. Solo las consideraron, cuando los profesores del curso les solicitan usar la caja desdoblada como modelo. Luego, ya en la posición de enseñante, el recurso a la caja de nuevo desapareció en la mayoría de los casos y se optó por los números. Como se muestra en la Tabla 3, en la segunda cohorte, el armado y desarmado de la caja cobró mayor protagonismo en ambas posiciones. Esto se atribuye a la insistencia del equipo docente, basada en la experiencia con la cohorte anterior.

Si se analizan las soluciones numéricas de la primera cohorte para la posición estudio, en la primera solución y en la reformulación solicitada, la mayoría de los profesores resolvió el problema numéricamente ya sea para la caja, las cajas anidadas o en ambos casos, siendo estas categorías excluyentes. En la tarea dos, que se refiere a las cajas anidadas, esto se incrementa y la frecuencia relativa llega a 0,85. En la segunda cohorte, disminuyeron las soluciones numéricas para la tarea uno, comparado con la cohorte previa, mientras que en la tarea dos, aumentaron las soluciones numéricas para las cajas anidadas. En la posición de enseñanza, en ambas cohortes, se observa que numerosos profesores proponen que los estudiantes obtengan y justifiquen las fórmulas generalizando las operaciones con números. Esto es matemáticamente complejo y didácticamente inapropiado.

En la categoría soluciones algebraicas, en ambas cohortes y en la posición de estudio, se observó que casi todas las soluciones usaban fórmulas. Pero en la organización de la enseñanza, como ya se mencionó, se retrocedía a los números intentando obtener las fórmulas a partir de ellos. También se observó que, en ambas posiciones, pocos profesores consideraban a las relaciones como funcionales y si bien lo hacían después, por insistencia de los docentes del curso. Esta desconsideración se debería a que las funciones en dos variables no pertenecen al curriculum de la enseñanza secundaria, por lo tanto, no están en el radar de los profesores.

La noción de función es omnipresente en el saber enseñado en la escuela secundaria, pero su enseñanza se restringe a lo sumo, a las funciones polinómicas de primer y segundo grado en una variable. En estos casos, se genera un encuentro con la "definición", más específicamente con la expresión algebraica polinómica y sus parámetros. Se realizan representaciones gráficas a partir de tablas y rara vez se varían los parámetros, sin considerar a las familias de funciones. Los parámetros se describen verbalmente, ligados a características de la gráfica cartesiana. Si bien algebraicamente, las funciones de una variable son ecuaciones en R^2, las técnicas ecuacionales se reducen a una variable, igualando a cero la variable dependiente.

Al dejar de lado las ecuaciones en dos variables, se reduce considerablemente la potencialidad del cálculo algebraico a estudiar y se enmascaran las relaciones de equivalencia que permiten justificar las técnicas ecuacionales. Las técnicas para resolver ecuaciones se presentan como un conjunto de reglas inmotivadas e injustificadas (por ejemplo, se hablará aquí de "reglas del pasaje de términos", incluso en los primeros cursos universitarios).

En el caso de la caja, y en este contexto, los profesores no se preguntaron cómo reducir las variables ni analizaron qué podría estudiarse si fijaban alguna de ellas, y mucho menos consideraron que parametrizando el perímetro, o el volumen o la superficie de la base, hubieran podido estudiarse incluso, las funciones hiperbólicas de grado tres. Es decir que con relación al MPR esquematizado en la Figura 2, los profesores solo buscan las fórmulas, no analizan cómo realizar la reducción a una variable, solo lo hacen, y si eligieron bien, proponen mayoritariamente enseñar funciones polinómicas de primer y segundo grado en una variable y en menor medida de tercer grado.

Es importante destacar aquí, que no atribuimos este proceder a una limitación de los conocimientos matemáticos de los profesores, sino más bien a una ideología escolar retrocognitiva, que rehúye el cuestionamiento debido a ciertas formas de actuar muy consolidadas. En consecuencia, cuando en el contexto de una situación profesional de enseñanza surge la posibilidad de utilizar un determinado dispositivo (AEI, REI, pregunta, etc.), este es directamente vinculado con nociones del programa efectivamente enseñado y con las praxeologías dominantes con relación a como enseñar tal o cual saber matemático escolar.

En la práctica profesional habitual del profesor, no se realizan tareas de modelado, ni se cuestiona el saber a enseñar, por lo tanto, no se explora, ni se considera necesario analizar el sistema a modelar. Es decir que el análisis praxeológico y didáctico del saber a enseñar o del enseñado, tampoco es una actividad que los profesores realicen, pues según la ideología escolar predominante, el saber matemático es en los hechos, incuestionable.

Con relación a la categoría sucesión geométrica, en el modo estudio, en el primer encuentro con el problema, en ninguna cohorte se identificó la presencia de esta praxeología, en la solución. Sin embargo, en la tarea dos, debido a la interacción con los docentes del curso, las sucesiones geométricas se usaron para resolver. En el modo enseñanza, el comportamiento de las cohortes cambia. En la primera cohorte, las sucesiones geométricas mayoritariamente desaparecieron, mientras en la segunda, la mitad de las propuestas intentaron enseñar sucesiones geométricas situándose en la transición secundario-universidad.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se analizó la interacción de 62 profesores de matemática con el problema denominado la caja del pastelero, en las posiciones de estudio y de enseñanza. La posición de estudio determina los alcances de la de enseñanza y es esencial en el paradigma del cuestionamiento, porque estudiar supone cuestionar. Los resultados muestran que en la segunda posición los profesores reducen la matemática a enseñar al marco numérico y el cuestionamiento desaparece. Esto se debería a que el cuestionamiento del saber no forma parte de la enseñanza y a las dificultades de los profesores para ir más allá del programa institucional.

7. REFERENCIAS

Chappaz, J. et Michon, F. (2003). Il était une fois…. La boite du pâtissier. Grand N, 72, 19-32.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19 (2), 221-266.

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. http://yves.chevallard.free.fr/.

Chevallard, Y. (2012) Teaching Mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm. 12th International Congress on Mathematical Education. 8 – 15 July, 2012, Seoul, Korea. http://yves.chevallard.free.fr/.

Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. Journal of Research in Mathematics Education, 2(2), 161-182. doi: 10.4471 /redimat.2013.26.

Gazzola, M. P. y Otero, M. R. (2021). Instrumentalización de problemas escolares de los profesores de matemática en servicio. PNA, en prensa.

Llanos, V. C., Otero, M. R., & Gazzola, M. P. (2019). Physic and Mathematics models in a co-disciplinary Study and Research Paths (SRPs) in the pre-service teacher education. International Journal of Physics & Chemistry Education, 11(3), 49-57.

Otero, M. R. (2021). La Formación de Profesores. Recursos para la enseñanza por indagación y el cuestionamiento. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Tandil, Argentina.

Otero, M. R., Gazzola, M. P., Llanos, V. C. y Arlego, M. (2016). Co-disciplinary Physics Mathematics research and study course (RSC) within three study groups: teachers-in-training, secondary school students and researchers. Review of science, mathematics and ICT education, 10 (2), 55-78.

Otero, M. R., y Llanos, V. C. (2019). Formación de profesores de matemática en servicio: La organización de una enseñanza basada en preguntas. REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education, 8(2), 193-225. doi: 10.4471/redimat.2019.3618.

Otero, M. R. y Llanos, V. C. (2021). The Gap Between Studying a Generating Question and Planning Lessons Based on It. In: Barquero B., Florensa I., Nicolás P., Ruiz-Munzón N. (eds) Extended Abstracts Spring 2019. Trends in Mathematics, vol 13. Birkhäuser, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-76413-5_8.

Otero, M. R.; Llanos, V. C.; Arlego M. (2019). Mathematics and Physics Study and Research Paths within two groups of pre-service teacher education. 6 Congrès International Sur La Theorie Anthropologique Du Didactique. Autrans-Grenoble. Educación Matemática Pesquisa. http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p711-724

Otero, M. R.; Llanos, V. C.; Parra, V. Training in-service teachers: study of questions and the organization of teaching. 6e Congrès International Sur La Theorie Anthropologique Du Didactique. Autrans-Grenoble. Educación Matemática Pesquisa. http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p711-724

Otero, M. R., Llanos, V. C., Parra, V. y Sureda, P. (2014). Pedagogy of research and questioning the world: teaching through research and study paths (RSP) in secondary school.

Review of science, mathematics and ICT education, 8 (1), 7-32.

Ruiz Munzón, N.; Bosch, M.; Gascón, J. (2007). La modelización funcional con parámetros en un taller de matemáticas con Wiris. En Ruiz-Higueras L.; Estepa A.; García F. J. (eds.) Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Universidad de Jaen.

Ruiz Munzón, N., Bosch, M. y Gascón, J. (2015). El problema didáctico del algebra elemental: Un análisis macro-ecológico desde la teoría antropológica de lo didáctico. *REDIMAT, Vol 4(2)*, 106-131. doi: 10.17583/redimat.2015.1386