Artículos originales

Uma proposta de situação didática pautada pelos constructos teóricos da Didática da Matemática e apoiada pelo software GeoGebra

A didactic situation proposal based on the theoretical constructs of the Didactics of Mathematics and supported by the GeoGebra software

Aline Maria da Silva Camilo[1], Francisco Régis Vieira Alves[1], Francisca Cláudia Fernandes Fontenele[2]

[1] Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnología do Ceará, Fortaleza, Brasil
[2] Universidade Estadual Vale do Acaraú, Sobral, Ceará, Fortaleza, Brasil

aline.maria.silva65@aluno.ifce.edu.br, fregis@ifce.edu.br, claudiafontenele05@gmail.com

Recibido: 23/02/2021 | **Corregido:** 28/06/2021 | **Aceptado**: 11/08/2021

Cita sugerida: A. M. da Silva Camilo, F. R. Vieira Alves, F. C. Fernandes Fontenele, "Uma proposta de situação didática pautada pelos constructos teóricos da Didática da Matemática e apoiada pelo software GeoGebra," *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, no. 31, pp. 40-52, 2022. doi: 10.24215/18509959.31.e4

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar um breve relato sobre as principais teorias, existentes no contexto da Didática da Matemática (DM), contextualizando-as no cenário atual educacional, mediante a proposta de uma situação didática, pautada em tais vertentes. Trata-se, portanto, de um conjunto de embasamentos teóricos, oriundos da revisão bibliográfica, de trabalhos científicos anteriores, que debateram sobre o mesmo tema, instituindo, assim, uma série de conceitos introdutórios, de uma futura pesquisa de mestrado. Tendo como aspecto central a interação entre professor, aluno e saber matemático, a proposta da situação didática será dada por meio de uma situação-problema (envolvendo a Geometria plana), auxiliada pelos recursos do software GeoGebra, na busca de contribuir para uma melhor representação e modelização dos elementos que envolvem o problema. As teorias, presentes neste artigo, demarcam elementos representativos que contribuíram para a organização e construção do campo de estudo da DM. Deste modo, antes da apresentação da situação didática, os tópicos vindouros farão uma abordagem sobre a transposição didática, contrato didático, obstáculos epistemológicos e didáticos, e, por fim, situação didática.

Palavras chave: Didática da matemática; Transposição didática; Contrato didático; Obstáculos; Situação didática.

Abstract

This work aims to present a brief report on the main theories existing in the context of Didactics of Mathematics (DM), contextualizing them in the current educational scenario, by proposing a didactic situation, based on such aspects. It is, therefore, a set of theoretical foundations, derived from the bibliographical review, of previous scientific works that debated on the same theme, establishing, thus, a series of introductory concepts, of a future master's research. Having as a central aspect the interaction between teacher, student and mathematical knowledge, the proposal of the didactic situation will be given through a problem-situation (involving plane geometry), aided by the GeoGebra software resources, in the search to contribute to a better representation and modeling of the elements that involve the problem. The theories present in this article demarcate representative elements that contributed to the organization and construction of the DM study field. Thus, before the presentation of the didactic situation, the forthcoming topics will address the didactic transposition, didactic contract, epistemological and didactic obstacles, and, finally, didactic situation.

Keywords: Didactics of mathematics; Didactic transposition; Didactic contract; Obstacles; Didactic situation.

1. Introdução

O presente artigo pretende realizar uma explanação acerca dos principais termos e conceitos, difundidos no cenário da Didática da Matemática (DM). A DM originou-se a partir da influência de matemáticos franceses, quando da criação, no final da década de 60, dos Institutos de Pesquisa acerca do Ensino da Matemática (IREM - *Institut Universitaire de Recherche sur L´Enseignement des Mathématiques*), acabando por à Matemática uma posição de autonomia e isolacionismo, em relação a outras áreas de conhecimento [1].

A princípio, os IREM empenharam-se na melhoria do sistema de formação, tanto inicial como continuada, dos professores de Matemática. Além disso, eles dedicavam-se na produção e divulgação de materiais de apoio para o trabalho dos professores na sala de aula, tais como: "textos matemáticos, fichas de trabalho para os alunos, jogos e brinquedos didáticos, coleções de problemas e de exercícios, sequência de lições, etc" [2]. Posteriormente, foi surgindo, dentro dos institutos, outra classe de atividade, interessada na produção de conhecimentos para controlar e executar ações sobre o ensino.

No cenário brasileiro, define-se a DM, como sendo:

> [...] uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objetivo de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no territorio teórico da pesquisa acadêmica [3].

Nesse contexto, pesquisas no campo da DM, possibilitam compreender a natureza do trabalho didático (considerando as relações entre o professor, aluno e o saber), bem como o processo de transmissão, modificação e veiculação de saberes matemáticos ensinados na escola.

Partindo desse enfoque, o presente artigo apresentará, a princípio, a noção de transposição didática, que caracteriza as relações existentes entre saberes científicos e saberes escolares, permitindo analisar as diferenças entre a origem de um conceito da matemática, a maneira com a qual ele está proposto nos livros didáticos, a intenção de ensino do professor e, por fim, os resultados alcançados em sala de aula [3].

Ainda há de se considerar que o objetivo de estudo da DM é a situação didática, definida por [4] como sendo

> O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Estas relações estabelecem-se por meio de um acordo firmado entre professor e alunos, denominado de contrato didático, no qual estabelecerá as regras de funcionamento, dentro da situação: "distribuição de responsabilidades, determinação de prazos temporais a diferentes atividades, permissão ou proibição do uso de determinados recursos de ação, etc" [2].

Outro conceito, advindo dos pressupostos da DM, é a noção de obstáculos epistemológicos e didáticos e, como estes refletem na prática docente e na evolução da aprendizagem matemática do aluno.

Deste modo, o objetivo deste artigo consiste em realizar uma breve explanação, sobre as principais teorias, presentes na DM. O conjunto destes conceitos permitem realizar uma apreciação sobre as particularidades da relação entre o ensino e a aprendizagem matemática.

Além disso, pretende-se elaborar uma proposta de uma situação didática, concebida através de uma situação-problema, desenvolvida por algumas noções das teorias aqui abordadas e apoiada pelos recursos do *software* GeoGebra.

O GeoGebra é um *software* gratuito, direcionado à construção de figuras geométricas, em duas e três dimensões, de acessibilidade flexível, podendo ser utilizado em computadores, *tablets* e *smartphones*. É próprio para o uso em sala de aula, ou em qualquer outro ambiente, contendo o dinamismo vinculado à Geometria, Álgebra, planilhas, gráficos, Estatística e Cálculo.

Doravante, nas sessões seguintes, abordar-se-á os principais referenciais teóricos da DM, que fundamentam o desenvolvimento desta pesquisa.

2. Transposição Didática

Ao tratar-se do desenvolvimento da prática pedagógica, é importante definir prioridades na estruturação dos procedimentos de ensino. Uma dessas prioridades consiste na seleção dos conteúdos que constituem os programas escolares. Tais conteúdos (saber ensinado) originam-se do chamado saber científico (saber sábio). No entanto, o professor, tido como principal agente transmissor da aprendizagem, acaba por ter a autonomia de elencar o conjunto destes conteúdos (saber a ensinar), de acordo com o que ele julgar relevante para a formação de seus alunos, tornando-se responsável por parte da transposição didática desenvolvida. Assim, "o professor deverá recontextualizar e repersonalizar o saber científico" [5]. No entanto, é importante enfatizar que tal processo não se dá de maneira trivial, mas exige conhecimento pedagógico do conteúdo, entendimento curricular e conhecimento das tecnologias de informação e comunicação [6]

Esta seleção dos conteúdos escolares diz respeito à noção de transposição didática. Voltada para a relação da interação entre professor, aluno e saber, foi, a princípio, criada para suprir as necessidades didáticas encontradas no ensino da Matemática, vindo, mais tarde, a ser difundida a outras disciplinas. [7] afirma que:

> Um conteúdo de saber que foi designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto para ocupar um lugar entre objetos de ensino. O "trabalho" que transforma um objeto de saber a ensinar em objeto de ensino, é chamado de transposição didática.

[8] apresenta um resumo, relativo aos termos que constituem o processo de transposição didática, são eles: saber sábio (*savoir savant*), saber a ensinar (*savoir à enseigner*) e saber ensinado (*savoir enseignée*):

> [...] o primeiro termo designa como um conhecimento erigido, elaborado no interior das instituições de pesquisa e distantes, descoladas de um interesse (didático) com a transmissão, do ensino e o alcance de uma população maior de pessoas, que não os especialistas e cientistas de um ramo particular de estudo. Por outro lado, o termo "savoir à enseigner" designará um conhecimento direcionado e afetado pela intenção específica de uma abordagem e que visa a transmissão didática do mesmo. Outrossim, na tradição francófona, deparamos ainda o termo "savoir enseignée" que indica um conteúdo particular realmente transmitido para um determinado grupo de estudantes. Tal conhecimento foi submetido a um conjunto de transformações impostas pelo agente transmissor (o professor).

Ou seja, o saber sábio é tido como o resultado da ação do cientista, relacionado a uma determinada concepção sobre a realidade, retratado de forma transparente, depurada, e em linguagem impessoal, não mostrando, necessariamente, os detalhes de sua construção. O saber a ensinar, por sua vez, é representado por outro grupo, mais amplo que o dos intelectuais, que se encarrega de realizar um processo de descontextualização e degradação do saber sábio, apresentando-se, em geral, através dos livros didáticos e manuais de ensino, tornando-se assim, objeto de trabalho do professor. Por fim, o professor, ao preparar sua aula, acaba por realizar uma nova transposição didática sobre o saber a ensinar, transformando-o em saber ensinado. Cabe aqui destacar que este momento é de grande instabilidade, visto que o ambiente escolar, composto por todos da comunidade escolar, acaba por exercer forte pressão sobre o papel do professor, ocasionando na interferência de suas ações [9].

O autor ainda informa que o processo de transposição didática (do saber sábio para o saber a ensinar) é vista como uma transposição externa, uma vez que o processo se dá pelos membros de sua esfera, na qual apresenta uma interação, entre seus componentes, de ordem mais política e mais ampla. Já a transformação do saber a ensinar em saber ensinado, se restringe ao ambiente escolar, sendo vista, então, como uma transposição interna.

Estes personagens, que determinam o processo de transposição didática (externa e interna), constituem um grupo formado por diversos segmentos do sistema educacional, intitulado de noosfera. Desta forma, fazem parte da noosfera: cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e outros agentes da educação. O trabalho da noosfera, entretanto, não se resume apenas à seleção dos conteúdos a serem ensinados, mas acaba por desempenhar uma respeitável intervenção na organização dos valores, métodos e objetivos que guiam o processo de ensino [3].

No entanto, é necessária uma constante reflexão, como bem adverte [7], acerca do processo de transposição didática, a fim de supervisionar a distância entre o saber sábio e o saber ensinado, bem como evitar possíveis distorções sobre um objeto de estudo, devendo os responsáveis, por este processo, exercerem o que o autor chama de vigilância epistemológica, conservando a distância precisa entre os saberes, sem causar modificações ao seu sentido original.

Desta forma, [6] apresenta, como requisitos para uma transposição didática, os seguintes procedimentos:

Desincretização: ato de separar e organizar a teoria em áreas; despersonalização: desassociação do saber ao seu autor; programabilidade: ato de estabelecer uma programação, de acordo com uma sequência didática progressiva e racional; publicidade do saber: descrição clara do saber que deverá ser ensinado.

Por fim, [10] apresenta, no contexto da transposição didática, a inserção das tecnologías digitais, que pode vir a auxiliar nas estratégias de ensino, tendo como objetivos:

> […] modernizar o saber escolar; atualizar o saber a ensinar; articular o saber 'velho' com saber 'novo'; transformar um saber em exercícios e problemas; tornar um conceito mais compreensível.

Desta forma, a autora faz menção ao termo transposição informática, para caracterizar o ato de introduzir a informática, no contexto do ensino, apresentando-se não só como um complemento da transposição didática, mas um próprio processo de transposição didática, compondo visivelmente a dimensão informática desde o início.

Ademais, o desenvolvimento da transposição didática, não se faz isoladamente, mas se associa, intrinsecamente, com outro fenômeno: o contrato didático, que será abordado na próxima seção.

3. Contrato Didático

Diante de um problema matemático, proposto pelo professor, os alunos não se atêm apenas ao enunciado escrito (ou oral) da questão, mas também ao modo de ensinar do professor, que por sua vez, espera por certos comportamentos dos alunos. Essa reciprocidade de expectativas impalpável, não verbalizadas e, de certo modo, invisível, é denominada de contrato didático. De acordo com [11] este se apresenta como um vínculo entre quem ensina e quem é ensinado, para o planejamento e a execução de situações de ensino e aprendizagem.

Segundo [12] o contrato didático é tido como o conjunto de regras que conduzem as relações que o professor e os alunos mantêm com o saber. Estas regras são oficializadas, por meio de um acordo de obrigações e responsabilidades, que cada um dos envolvidos devem seguir, podendo se manifestar tanto de forma explícita como, principalmente, implícita. Ainda, segundo o autor, o contrato didático é exclusivo para o conteúdo matemático que se deseja alcançar.

Para [13], o contrato didático depende da estratégia de ensino adotada, podendo se ajustar a diversos cenários, tais como: "as escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho solicitado aos alunos, os objetivos do curso, as condições de avaliação, etc".

Em relação à natureza dos conhecimentos a serem alcançados, [14] informa não ser possível estabelecer um contrato didático entre o professor e o aluno. As cláusulas "não podem ser objeto de um acordo entre os dois protagonistas, pois só a aventura da aquisição do saber permite conhecer os sentidos e as condições". Desta forma, [11] apresenta três paradoxos do contrato didático:

O paradoxo fundamental: o aluno não pode firmar um acordo com um projeto, cuja finalidade e o conhecimento a ser adquirido, são desconhecidos. O professor, por sua vez, não pode diferenciar um certo tipo de tratamento para um aluno específico. Entretanto, é fundamental o envolvimento de todos. O professor só poderá exigir regras relacionadas aos procedimentos a serem cumpridos. Portanto, qualquer contrato didático que trata, em suas obrigações, resultados a serem atingidos, será apenas uma aposta. Um contrato didático efetivo só terá validade se for baseado em regulamentos definidos e envolver grupos de alunos.

O paradoxo da devolução: apresentar uma afirmação matemática precisa é uma produção pessoal. Vai muito mais além do que simplesmente reproduzir um saber instruído. É necessário um comprometimento pessoal do aluno com a verdade. Suas ações e afirmações, realizadas conforme vontade do professor, não são passíveis de julgamento. Ele deve se apropriar de algo permitido (e não imposto) pelo professor. Quanto mais o professor pressiona e limita, menos ele educa para a Matemática. O que permanece implícito é de grande relevância no processo de ensino e aprendizagem.

O paradoxo do pensamento teleológico: Os textos matemáticos (a conclusão da reflexão matemática) servem previamente a seu aprendizado e uso. O professor exige dos alunos que eles percebam os efeitos alcançados, das reflexões que devem adquirir, para orientar seu raciocínio, durante o processo de aprendizagem. Neste caso, a epistemologia e a história comprovam a erroneidade da hipótese de que a verdadeira reflexão é concebida apenas pelo real.

[14] ainda informa que o mais importante não é tentar detalhar todas as regras de um contrato didático, mas sim analisar alguns de seus possíveis pontos de ruptura. Na verdade, não é possível mensurar todas as suas regras, visto que um contrato didático é composto, além das normas explícitas, de normas implícitas, que não são totalmente previsíveis. Assim como é impossível verificar (com precisão) as causas, os momentos e as condições de tal ruptura, pois estas ocorrem durante a condução das situações dinâmicas e também estão relacionadas aos aspectos individuais dos envolvidos. Entretanto, é possível presumir situações vulneráveis, propícias a atrapalhar o processo de ensino e aprendizagem, tais como exemplificadas por [3]:

O primeiro exemplo consiste no fato de o aluno não se interessar ou não se envolver (de forma satisfatória) pela atividade proposta pelo professor. A ruptura do contrato, identificada neste caso, consiste no fato de que, mesmo não existindo uma regra explícita e acordada sobre o comprometimento do aluno nas atividades didáticas, se espera que isto aconteça, de forma natural, dentro dos limites devidos à atividade pedagógica. Assim, torna-se necessário identificar e superar tal ruptura, verificando as razões que provocaram desinteresse no aluno, para que, só depois, possa prosseguir com o processo educativo.

Outro exemplo de situação em que ocorre a ruptura de contrato, ainda de acordo com [3], é quando o professor propõe aos alunos que resolvam um problema não compatível com seu nível intelectual e cognitivo. Nesse caso, espera-se que os problemas propostos sejam compatíveis e próximos ao conteúdo estudado.

Um terceiro exemplo é quando o professor adota uma postura pedagógica autoritária, aplicando retaliações ao aluno que, porventura, tenha se comportado de forma inadequada. Tal ação acaba por expressar um certo descontrole, por parte do professor, e o consequente rompimento de uma ética pedagógica, habitualmente implícita.

Quando acontece a ruptura do contrato didático, se abre espaço para que ocorram negociações e renegociações, sempre tendo como ponto central o aprendizado dos alunos. Tais renegociações também podem ocorrer a cada nova etapa da construção do conhecimento. De acordo com [13], os alunos, geralmente encontram dificuldades para se adaptar com tais mudanças. Vale ressaltar que a renovação e renegociação, bem como o descumprimento do mesmo, decorrem não só do tipo de trabalho como também do meio onde se dá a prática pedagógica. O autor exemplifica através de uma situação em que o professor propõe uma atividade a ser realizada em duplas, apresentando as seguintes regras explícitas:

- o trabalho pode ser realizado individualmente ou duplas, à escolha dos alunos;

- é permitida a consulta de todo e qualquer material (anotações, livros, calculadoras, etc.) da própria dupla ou do indivíduo;

- a produção da dupla deve ser apresentada em conjunto, com os nomes dos dois participantes;

- não é permitida a comunicação com alunos que não pertençam à própria dupla;

- não é permitido o empréstimo de qualquer material de colegas alheios à dupla [14].

Em seguida o autor apresenta algumas ações rotineiras, que evidenciam que, muitas vezes, a negociação, apesar de explícita, passa despercebida:

- ocorrer de um ou mais alunos perguntarem se cada aluno deve entregar uma folha com as respostas;
- acontecer comunicação entre alunos de duplas diferentes, e quando advertidos, comumente apresentam uma justificativa qualquer, como: "Mas eu estou apenas perguntando se ele vai estudar depois da aula". A partir desta justificativa, observa-se a presença da regra (implícita) que diz que o aluno sempre deve justificar toda intervenção do professor e que este deve considerar aceitável toda justificativa do aluno;
- um aluno que, porventura, tenha escolhido realizar a atividade sozinho, acaba se dirigindo a um outro aluno, trabalha a atividade um pouco com ele, e retorna ao seu lugar para continuar realizando a tarefa. Quando advertido pelo professor, justifica-se com uma frase do tipo: "Mas eu só fui pedir uma ajudazinha". Neste caso, a regra implícita manifestada é o fato de que tudo é permitido, sob a condição de que o aluno aprenda um conceito, mesmo que ocorra prejuízo dos aspectos formativo-educacionais.

Por fim, com o propósito de complementar o assunto, [14] apresenta alguns efeitos do contrato didático, por meio de exemplos rotineiros entre professor e alunos, com suas devidas denominações:

- Efeito Topaze: o professor acaba tomando para si a responsabilidade pela aprendizagem, facilitando as respostas esperadas pelos alunos, diante das suas dificuldades em apresentá-las por capacidade própria.
- Efeito Jourdain: o professor, na tentativa de evitar uma contestação do conhecimento com o aluno, e consequentemente a confirmação do seu fracasso, acaba por considerar um falso conhecimento sábio, por parte do aluno, mesmo sabendo que estes foram motivados por causas e significações banais.
- Transposições metacognitivas: o professor, diante de um fracasso de uma atividade de ensino, acaba por retomar o processo com base em suas próprias explicações e seus meios heurísticos.
- Uso abusivo da analogia: o professor recorre ao uso de analogias de um mesmo assunto em que os alunos, porventura, fracassaram nas tentativas anteriores. Desta forma, os aprendizes tendem a apresentar uma solução, não pelo compromisso com o problema, mas sim reconhecendo indícios de soluções de problemas semelhantes anteriores.
- Envelhecimento das situações de ensino: O professor encontra dificuldade para reproduzir a mesma aula, mesmo que conduzida a um novo grupo de alunos, uma vez que a reprodução exata, daquilo que disse ou realizou em momentos anteriores, não produz o mesmo resultado de antes.

4. Obstáculos epistemológicos e didáticos

A noção de obstáculo, estudada no cenário da DM, deriva dos conceitos iniciais, trazidos por [15], que em seus estudos, observou que a passagem de um nível do conhecimento para outro, perpassa, geralmente, pela rejeição de conhecimentos anteriores, se deparando com um certo número de obstáculos.

Na visão de [13,14], a presença desses obstáculos não indica a ausência de conhecimento, mas sim, a existência de conhecimentos antigos, estagnados no tempo, que resistem às mudanças trazidas pelo novo conhecimento. Portanto, pode-se afirmar que um obstáculo se revela por meio dos erros, identificados por "uma maneira de conhecer; uma concepção característica, coerente, embora incorreta; um 'conhecimento' anterior bem-sucedido, na totalidade de um domínio de ações" [14].

[16] afirma que os obstáculos são formados por pistas falsas, erros de raciocínio, estimativa ou cálculo. Estes podem manifestar-se em diversas atividades, sejam elas mais complexas ou mais simples, como no exemplo a seguir, apresentado pelo autor: "Eu tinha dinheiro, quando saí esta manhã; durante o dia, gastei primeiramente 70 francos e depois mais 40; sobraram 120 francos. Quanto eu tinha a partir? " O autor expõe sua concepção sobre a situação, afirmando que muitos alunos realizarão o cálculo da seguinte maneira: 120 – 70 – 40 = 10. Embora o resultado seja numericamente correto, considerando-se as operações realizadas, ele não apresenta a resposta correta para o problema e que, além disso, a resposta dada é improvável, visto que o resultado encontrado é inferior ao valor de cada despesa realizada. Portanto, para que se compreenda esse erro, deve-se levar em conta as dificuldades da subtração e considerar o fato de que, na realidade, é necessário realizar uma adição para resolver o problema proposto em termo de gastos, isto é, de subtração.

De acordo com [14], os obstáculos não desaparecem com a aquisição de um novo conhecimento, mas opõem resistência e podem surgir repentinamente, depois de o aluno ter rejeitado o modelo inapropriado, outrora adotado, visto que o obstáculo tenta "adaptar-se localmente, modificar-se com o mínimo de desgaste, otimizar-se num campo reduzido" [4].

Desta forma, [13,14] caracteriza os obstáculos em epistemológicos, didáticos e ontogênicos. A seguir serão detalhados os dois primeiros tipos, uma vez que estes são os que interessam na presente pesquisa.

Inspirado nas ideias de [15], [13,14] afirma que o obstáculo epistemológico é aquele verdadeiramente peculiar ao conhecimento, no qual não se pode escapar, manifestado, em geral, na dificuldade que os matemáticos encontraram na história da compreensão e utilização dos conceitos.

A seguir apresentam-se alguns exemplos de obstáculos epistemológicos, trazidos por alguns autores:

Os conhecimentos relacionados aos números naturais ocasionam obstáculos para o conhecimento dos números decimais; a afirmação "o quadrado de um número é sempre maior que ele" pode ser considerada como axioma pelos alunos [17].

A rejeição da fração; a não aceitação da irracionalidade de $\sqrt{2}$; a resistência em reconhecer a existência dos números negativos; ou ainda o ato de relacionar o zero com a ideia de "nada" [4].

O aluno assimilar o produto de números naturais maiores que 1 a uma repetição de somas (e, em consequência, maior que cada fator) não conseguirá, de modo fácil, interpretar e nem utilizar 0,2 x 0,3 = 0,6, tampouco diferenciar o número natural 4 que tinha um antecessor, do "mesmo" 4, agora decimal e sem um que o anteceda [14].

O algoritmo euclidiano da divisão entre os inteiros, difundindo a concepção de que o dividendo deve ser maior que o divisor [17].

Ademais, [17] conclui que os obstáculos epistemológicos, quando identificados, acaba refletindo no cenário da sala de aula, se desdobrando constantemente em obstáculos de outras origens, especialmente o didático.

Segundo [3], os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram parcialmente consolidados, no espaço intelectual, e que podem dificultar o desenvolvimento da aprendizagem do saber escolar, sendo assim necessário, estabelecer os limites da correlação entre o plano histórico, do desenvolvimento das ciências, e o plano cognitivo, da aprendizagem escolar.

Para [14], tais obstáculos parecem depender das escolhas feitas no processo de ensino. [4] complementa ao afirmar que estes são provocados por uma transposição didática "que o professor dificilmente pode renegociar no quadro restrito da classe".

> Eles nascem da escolha de estratégias de ensino que permitem a construção, no momento da aprendizagem, de conhecimentos cujo domínio de validade é questionável ou incompletos que, mais tarde, revelar-se-ão como obstáculos ao desenvolvimento da conceituação [4]

A seguir apresentam-se alguns exemplos de situações, relativos aos obstáculos didáticos na Matemática:

> - a descoberta das frações a partir da partição de figuras (ou bolas) deixa a ideia de que uma fração é sempre uma parte da unidade (uma parte de um todo);
>
> - na escola primária, um quadrado não é um retângulo;
>
> - a introdução dos números negativos a partir de uma escala de temperatura (positiva e negativa), extrato de contas bancárias ou jogo (ganhar e perder) permite ensinar a adição, mas constitui um obstáculo para o uso correto das regras dos sinais para a multiplicação;
>
> - o estudo gráfico de funções do primeiro grau unicamente na sétima e/ou na oitava série constitui um obstáculo didático suplementar à aquisição do conceito de função na primeira série do Ensino Médio;
>
> - em probabilidade, a abordagem pascaliana tem sua fundamentação no cálculo combinatório e subentende o pressuposto da equiprobabilidade, necessária para o uso da fórmula $\frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}}$ [...] e se transforma na igualdade de chances em todos eventos, independentemente de sua proporção na composição do conjunto de resultados possíveis de uma experiência aleatória [4].

[3] também traz uma série de exemplos de obstáculos didáticos, apresentados a seguir:

O primeiro exemplo pertence ao caso da aprendizagem do produto de dois números naturais, que é sempre maior que cada um dos fatores. Tal concepção pode manifestar um obstáculo à aprendizagem das propriedades do produto de dois números racionais, uma vez que tal proposição nem sempre será válida, como no caso do produto de duas frações unitárias que é menor do que cada fator.

O segundo exemplo, também relacionado às operações com números racionais, diz respeito à divisão de um número natural, por um racional menor do que um, cujo quociente é um número maior do que o dividendo. Neste caso, observa-se uma discordância entre a estrutura lógica da Matemática e o conhecimento pessoal do aluno, de sua vivência cotidiana, na qual fará com que o aluno considere, intuitivamente, que o resultado de uma divisão é sempre menor que o dividendo.

O terceiro exemplo está relacionado à aprendizagem da Geometria espacial, quando se faz necessário realizar uma representação por meio de uma perspectiva. A realização ou leitura desse desenho não é uma atividade evidente. Um cubo, por exemplo, representado em perspectiva paralela, geralmente, apresenta um paralelogramo em sua face superior, e não um quadrado, pois os ângulos, medidos sobre a superfície plana, não são retos, mas estes representam os ângulos retos desta face. Desta forma, o aluno pode apresentar dificuldades na compreensão de suas propriedades geométricas, caso ele se limite a observar as particularidades do desenho em si.

Por fim, [18] apresenta uma comparação no entendimento dos dois obstáculos citados: independente do papel ou da metodologia do professor, no geral, as dificuldades à aprendizagem do conteúdo de função logarítmica são maiores do que as de função polinomial do primeiro grau. Tais entraves se caracterizam como obstáculos epistemológicos, uma vez que estes são relacionados ao próprio conteúdo. Já os obstáculos didáticos podem ser identificados, quando um mesmo conteúdo é abordado por distintos pontos de vista dos professores, levando o aluno a sentir mais dificuldades com um professor do que com outro.

Ademais, [15] apresenta em seus estudos, os obstáculos ontogenéticos, que sao aqueles que aparecem diante das limitações (neurofisiológicas por exemplo) do aluno, em um determinado momento de seu desenvolvimento. Desenvolve conhecimentos adequados às suas habilidades e objetivos em uma idade específica. [18] exemplifica tais obstáculos, quando diz ser inviável ensinar a noção de limite, derivada ou integral para uma criança de 10 anos, uma vez que uma criança nesta idade nao possui discernimento necessário para alcançar tal aprendizagem.

5. Situações didáticas

[19] caracteriza uma situação por um conjunto de relações e papéis recíprocos entre o professor e alunos, inseridos em um meio (*milieu)*, onde os personagens (professor e alunos) interagem, buscando modificar este *milieu*, de acordo com um projeto. Desta forma, [12,14,19] apresenta a Teoria das Situaçõe Didáticas (TSD), que diz respeito a um modelo de ensino teórico, que visa modelar as condições de ensino matemático, condições estas orientadas por tais situações. Assim como as outras teorias apresentadas anteriormente, seu interesse se concentra na investigação do trinômio professor-aluno-saber [1].

A TSD busca orientar o professor a desenvolver situações reproduzíveis de ensino, que possam proporcionar ao aluno uma aprendizagem mais significativa. [14] realiza uma explicação pormenorizada, a partir do excerto a seguir:

> Consideremos um dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição. Esse dispositivo abrange um meio material – as peças de um jogo, um desafio, um problema, inclusive um exercício, fichas etc. – e as regras de interação com esse dispositivo, ou seja, o jogo propriamente dito. Contudo, somente o funcionamento e o real desenvolvimento do dispositivo, as partidas de fato jogadas, a resolução do problema etc. Podem produzir um efeito de ensino. Portanto, deve-se incluir o estudo da evolução da situação, visto pressupormos que a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por essa situação, independentemente de qualquer intervenção do professor ao longo do processo. Os conhecimentos se manifestam essencialmente como instrumentos de controle das situações.

O autor classifica tais situações em didáticas e adidáticas. Logo, uma situação didática é definida como sendo um jogo de relações entre o aluno, o professor, inseridos em um *milieu*, considerando o processo de ensino e aprendizagem de determinado conhecimento. Já a situação adidática, é definida como uma parte da situação didática, na qual o professor se abstém de interferir e sugerir o objetivo do conhecimento matemático, a fim de tornar possível o processo de adaptação do aluno com o *milieu*. [4] complementa, afirmando que mesmo sendo dotada de intenções didáticas, na situação adidática, a intenção de ensinar não é revelada ao aluno, visando assim, criar condições para que o aluno seja o próprio protagonista da construção de seus conhecimentos.

No que diz respeito às situações adidáticas, um conjunto destas podem formar uma situação fundamental que, conforme [4],

> [...] constitui um grupo restrito de situações adidáticas cuja noção a ensinar é a resposta considerada a mais adequada/indicada, situações que permitem introduzir os conhecimentos em sala de aula numa epistemologia propriamente científica.

[14] esclarece que, neste caso, a noção de situação fundamental não é a de uma situação "ideal" para o ensino, nem tampouco a mais eficaz.

Nessa perspectiva, vale destacar sobre a situação de devolução, definida como:

> [...] o ato pelo qual o professor faz o aluno aceitar a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema aceitando as consequências dessas transferências [4].

Ou seja, a situação de devolução envolve tanto o desejo do professor de devolver, quanto o interesse do aluno da devolução pelo professor. Tal processo, de certa forma, acaba por caracterizar um tipo de ruptura no contrato didático, uma vez que, conforme [20], o professor isenta-se de seu papel de professor (da maneira pela qual o aluno, implicitamente, espera dele), para que, assim, o aluno mobilize suas estratégias necessárias, durante o processo de aprendizagem. Convém ressaltar que, para que a devolução ocorra, de maneira satisfatória, é extremamente relevante que o professor selecione um bom problema, de tal forma que este seja compatível ao nível intelectual dos alunos, não se caracterizando nem como tão fácil e nem como muito difícil.

Por fim, [4] indica que a TSD observa e decompõe o processo da aprendizagem em quatro momentos diferentes, nos quais exercem relações distintas com o saber. Tais momentos são definidos pelas fases de ação, formulação, validação e institucionalização.

[14], em sua obra, relaciona estas quatro fases com o jogo "Quem vai dizer 20? ", no qual consiste em um jogo entre dois participantes, onde o objetivo a ser alcançado é chegar ao número 20, somando 1 ou 2, ao número dito pelo outro alternadamente. Assim, o professor explica a regra do jogo e exemplifica por meio de uma partida na lousa, jogando com um dos alunos. Em seguida, divide a turma em duas equipes rivais e escolhe, aleatoriamente, um aluno de cada equipe, para cada rodada, para jogar diante dos demais colegas.

A situação de ação, portanto, pode ser representada pelo momento em que os alunos, depois de analisar o andamento do jogo, tomam decisões e indicam um número (um por vez). À medida em que ganham ou perdem a partida, eles adquirem novas estratégias, levando-os a perceber que indicar um número aleatoriamente não será a melhor estratégia. Logo, a situação de ação se caracteriza por um momento de uma situação adidática, onde o aluno, interagindo com o meio, formula, intuitivamente ou racionalmente, suas próprias estratégias e descartam outras anteriores, buscando encontrar um método de resolver o problema [12].

Na segunda fase do jogo, os alunos que não estão à frente, recolhem as informações observadas durante a partida, para que assim, possam realizar uma discussão com os demais colegas da equipe, a fim de definir novas estratégias. Ou seja, para ganhar o jogo, não basta saber como ganhar, mas também é preciso saber comunicar aos colegas sua proposta de estratégia. Logo, a situação de formulação, consiste, também, em um momento de uma situação adidática, em que há uma troca de mensagens entre os envolvidos, de modo a estabelecer com o grupo, uma troca de informações, que lhes permitam formular uma comunicação linguística para expor suas observações e descobertas [4].

Na terceira fase, cada equipe elabora e propõe um enunciado que demonstre as estratégias adotadas que a levou à vitória, ou tenta refutar a demonstração da equipe adversária. "O aluno não só deve comunicar uma informação, como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado" [14]. Portanto, este momento também faz parte de uma situação adidática, em que o aluno passa a validar ou não as suas próprias considerações quanto ao problema em jogo.

Ao final, o professor toma o controle da situação, apresentando o objetivo matemático a ser ensinado que, no caso do jogo "Quem vai dizer 20? ", pode ser institucionalizado pelo conteúdo de divisão polinomial, subtrações sucessivas, progressão aritmética, função polinomial do 1º grau, dentre outros. Logo a situação de institucionalização se caracteriza pelo momento, de uma situação didática, em que o professor reassume a responsabilidade, anteriormente cedida, em partes, ao aluno, revelando sua real intenção de ensino. Desta forma, "o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos"[4].

6. Apresentação de uma situação didática fundamentada pelos pressupostos das teorias abordadas

A partir de agora, será apresentada uma situação didática, influenciada pelas correntes teóricas da DM, aqui abordadas, elaborada a partir de um problema matemático, de Geometria plana e apoiada pelo uso do *software* GeoGebra, no intuito de facilitar a compreensão do problema, através da percepção visual e manipulação das propriedades gráficas e geométricas dos objetos matemáticos.

Aqui, portanto, já é possível observar, que o emprego do recurso visual do GeoGebra, permite articular o saber sábio ao saber ensinado, assumindo uma posição concorde ao conceito de transposição didática, tratada anteriormente, uma vez que, de acordo com [7], o professor desempenha uma mediação entre o saber científico para o contexto escolar, traçando estratégias para apresentar um saber específico (saber ensinado), de tal forma que venha a colaborar para uma aprendizagem significativa, com uma maior assimilação e compreensão dos conceitos acadêmicos, transformando o saber a ensinar em saber ensinado e, assim, poder alcançar as metas estabelecidas sobre o saber visado.

Assim, antes de dar início à situação proposta, é importante reiterar que o problema em questão deve ser previamente elaborado, de maneira que revele:

> [...] mais ou menos claramente sua intenção de ensinar ao aluno um saber determinado, mas que dissimula suficientemente esse saber e a resposta esperada para que o aluno os possa encontrar sozinho, por meio de uma adaptação pessoal ao problema formulado. O valor dos conhecimentos adquiridos dessa forma depende da qualidade do meio como motivador de um funcionamento "real", cultural, do saber, e, portanto, do grau de recusa adidática obtida [14].

Logo, se houver uma seleção sensata dos problemas propostos pelo professor, é considerável destacar a importância da sua conduta, limitando-se, previamente, a não apresentar-lhes a resposta que espera deles, mas, agindo de modo que eles aceitem a responsabilidade de tentar resolvê-lo, caracterizando assim o processo de devolução, componente essencial do contrato didático [14]. Complementando este pensamento, [21] afirma que:

> [...] a seleção não é questão de remover e colocar, mas uma operação que peneire o conteúdo de acordo com as condições ensino e aprendizagem sociopolítica e acadêmica. Nem tudo o que existe precisa ser ensinado, e é nesse contexto que o professor cumpre o papel de mediador.

Após concretizar, com sucesso, a ação de devolução, recomenda-se o estabelecimento das regras explícitas, que comporão o contrato didático, posto que, em consonância com o que antes já tratado, é importante esclarecer as expectativas mútuas entre o professor e os alunos, para que não ocorram discrepâncias em tais expectativas, podendo ocasionar mal-entendidos e falhas de comunicação. Dessa maneira, o professor, já tendo comunicado a respeito do problema, deverá informar aos alunos sobre algumas regras da situação, tais como: o assunto da atividade proposta não será, a princípio, informado para os alunos; o processo de resolução do problema será divido em algumas etapas, nas quais os alunos deverão segui-las, conforme orientação do docente; em algumas ocasiões o aluno deverá trabalhar individualmente e, em outras, coletivamente; será de extrema relevância a participação e o comprometimento dos alunos em todas as etapas da situação.

É importante ressaltar que o contrato didático não é estático, podendo então, ocorrer novas regras, marcas de contratos anteriores, negociações, renegociações, rupturas, bem como as regras implícitas, durante a execução da situação.

6.1. Situação Didática proposta

(M110029E4) O desenho abaixo representa uma medalha, em formato pentagonal, fabricada para premiar os jogadores de um torneio de futebol (Figura 1).

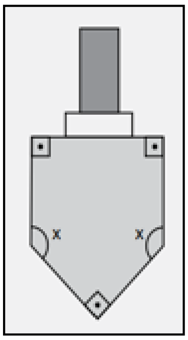

Figura 1. Pertencente à questão retirada do Boletim pedagógico de Matemática do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE) de 2015 [22]

Qual é a medida do ângulo X nesse desenho?

É importante, a princípio, tratar acerca dos obstáculos epistemológicos e didáticos aqui presentes, uma vez que a Geometria, por si só, já representa um entrave à aprendizagem dos alunos, pois geralmente eles possuem menos familiaridade com este conteúdo do que com o de Álgebra, por exemplo, trazendo assim um sentimento de aversão e insegurança ao tema. Uma das causas, para tal rejeição, parte da ação dos próprios docentes, que em grande parte – ao obter uma formação deficiente sobre tal assunto – possui insegurança para lecionar esta disciplina e acabam reservando pouco tempo para ensiná-la ou a ignorando do planejamento de ensino [23].

Outro aspecto agravante, se encontra na dificuldade em introduzir a percepção visual dos elementos geométricos, dispondo de poucos recursos para tal fim, acabando por limitar a sua escolha metodológica em apresentação de fórmulas prontas, que não oferecem um real sentido da sua aplicação, na vivência cotidiana do aluno e consequentemente não atendem às suas expectativas.

Portanto, é importante que o professor organize a travessia de um obstáculo, na qual, de acordo com [14], consiste em propor uma situação que possa fazer o aluno evoluir, de acordo com uma dialética adequada, permitindo, desde o início, a elaboração de uma primeira solução ou uma tentativa em que o aluno invista seu conhecimento do momento.

> Se essa tentativa falhar ou não se adequar bem, a situação deve, no entanto, retornar uma nova situação modificada por essa falha de uma maneira inteligível, mas intrínseca, ou seja, não dependendo da maneira arbitrária dos propósitos do mestre. A situação deve permitir o teste repetido de todos os recursos do aluno. Ele deve ser auto-motivado por um jogo sutil de sanções intrínsecas (e não sanções extrínsecas vinculadas pelo professor ao progresso do aluno) [24].

Baseado no excerto anterior, depreende-se que o professor deve readaptar a situação, caso verifique no aluno a ocorrência de obstáculo, diante da situação inicial, adaptando-a, de forma a utilizar todos os recursos cognitivos do estudante, reconhecendo tais obstáculos, para que, juntos, possam, conforme [14], enfrentá-los, rechaçá-los e agregar sua negação à aprendizagem de um novo conhecimento.

A partir de agora, o problema será analisado de acordo com as fases da TSD. Neste momento, certamente aparecerão dúvidas nos alunos e consequentemente pedidos de indicações para a resolução do problema. No entanto, se a seleção do problema foi condizente com o nível de conhecimentos prévios da turma, o professor deverá resistir às tentações, surgidas durante esta etapa, devendo se desprender de traços de contratos antigos e costumeiros, como o de intervir durante o processo de interação do aluno com o meio, causando o risco de influenciar na construção de seus argumentos e decisões, como comentado no trecho a seguir:

> Admitindo-se que os conhecimentos do aluno de fato se manifestam apenas pelas decisões que ele toma pessoalmente em situações apropriadas, então o professor não pode lhe dizer o que quer que faça, nem determinar suas decisões, porque, nesse caso, abriria mão da possibilidade de o aluno as produzir, e também de “ensiná-las” a ele [14].

Inicia-se então pela fase de *ação*, onde será o momento em que o aluno, em posse da situação-problema, agirá sobre ela, interagindo com o enunciado e com as informações contidas nele. Portanto, espera-se que o estudante observe que o procedimento inicial será o de identificar a medida da soma dos ângulos internos de um pentágono. Entretanto, percebe-se, que, geralmente, no ensino das figuras geométricas planas, por ser uma figura mais notável, o triângulo é bem mais explorado do que o pentágono, por exemplo. Logo, é previsível que os alunos tenham a inciativa de dividir o pentágono em triângulos. A partir deste momento, observa-se a necessidade do uso do GeoGebra, como facilitador da percepção visual, devendo, o professor incentivar os alunos a realizarem a manipulação da representação gráfica da figura 2, construída no GeoGebra, conforme a seguir:

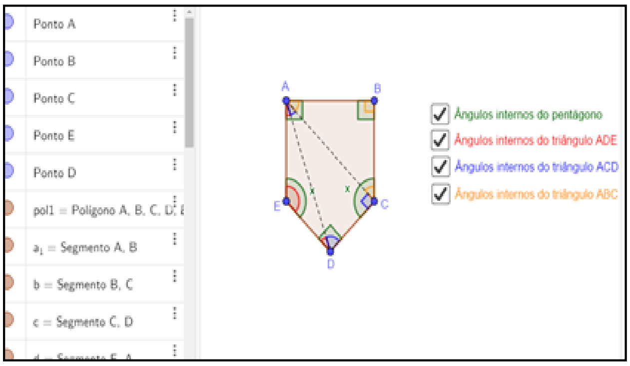

Figura 2. Construção no GeoGebra do polígono ABCDE decomposto em três triângulos, com seus respectivos ângulos internos

Na situação de *formulação*, conforme [4] "o aluno troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais". Na relação professor–aluno–saber, os estudantes, coletivamente, e utilizando uma linguagem comum ao grupo, iniciarão um discursão acerca das estratégias da resolução da questão. Mais uma vez a visualização no GeoGebra torna-se de fundamental importância para constatar a veracidade de suas noções intuitivas. Portanto, pela Figura 2, observa-se que, ao traçar as diagonais do polígono, a partir do vértice A, serão formados os triângulos ADE, ACD e ABC, ficando assim, fácil perceber que a soma dos ângulos internos do pentágono será igual à soma dos ângulos internos dos três triângulos formados.

O professor poderá aproveitar esta fase de raciocínio para avançar mais ainda na exploração visual do GeoGebra, expandindo tal raciocínio para outros polígonos, como mostrado na figura 3 a seguir:

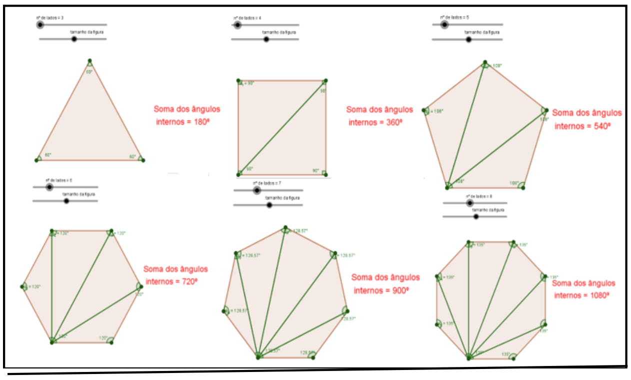

Figura 3. Polígonos regulares divididos em triângulo com as respectivas somas dos seus ângulos internos

Na fase de *validação*, o professor deve incentivar os alunos a apresentarem suas estratégias para os demais, a fim de provar o que foi levantado na fase anterior. Na ocasião, eles podem utilizar a construção no *software* GeoGebra para validar estas informações, podendo confrontá-las com o modelo algébrico de resolução. Portanto, primeiramente, para validar a informação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º, apresenta-se a figura 4 a seguir:

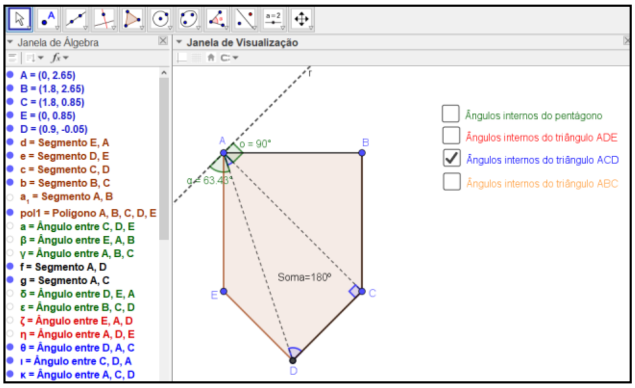

Figura 4. Demonstração gráfica da soma dos ângulos internos do triângulo ADC

A partir da Figura 4, tomando o triângulo ADE como exemplo, os alunos devem perceber que a reta r, que passa pelo ponto A, é paralela ao lado $\overline{DC}$. Além disso, os ângulos α, o e $\hat{A}$ formam um ângulo raso e, portanto, medem, juntos, 180º. Sabendo ainda que os ângulos o e $\hat{C}$ são alternos internos, e o mesmo ocorre com α e $\hat{D}$, conclui-se que o = $\hat{C}$ e α = $\hat{D}$. Com isso, eles devem observar que a soma dos ângulos internos do triângulo ADE equivale a 180º. Pode-se verificar que o mesmo ocorre com os triângulos ACD e ABC.

Portanto, a soma dos ângulos internos do pentágono ABCDE = soma dos ângulos internos dos três triângulos, ou seja: $S_{ABCDE} = S_{ADE} + S_{ACD} + S_{ABC}$. Com:

- S_{ADE}: $\hat{A} + \hat{D} + \hat{E}$ = 180º;
- S_{ACD}: $\hat{A} + \hat{C} + \hat{D}$ = 180º;
- S_{ABC}: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$ = 180º.

Logo, S_{ABCDE} = 180º + 180º +180º = 540º.

Com isso, mediante as informações do enunciado do problema, fica fácil obter o valor de X.

O professor ainda poderá expandir o mesmo raciocínio para outros polígonos, instigando os alunos a mostrarem que todo polígono pode ser dividido em triângulos. Observando, portanto, a Figura 3, observa-se que foram traçadas todas as diagonais possíveis, nos polígonos regulares, a partir de um único vértice, verificando, assim, que a quantidade de triângulos construídos será determinada pelo número de lados do polígono, menos duas unidades.

Finalmente, na fase de *institucionalização*, é o momento em que o professor "fixa convencionalmente o estatuto cognitivo do saber" [3]. É importante que o docente saiba o momento correto de realizar a institucionalização, pois, se feita precocemente, esta suspenderá a concepção do significado, trazendo dificuldades para o processo de ensino e aprendizagem. Em contrapartida, se feita tardiamente, esta favorecerá interpretações equivocadas, dificultando no aprendizado e nas aplicações [3]. Portanto, na fase dialética final, o professor, ao tomar para si, a parte da responsabilidade da situação, outrora cedida ao aluno, poderá propor que os estudantes confrontem os dados do problema, com os produzidos no GeoGebra, para que, assim, possam confrontá-los. Feito isso, o docente irá identificar as singularidades de cada método empregado, rever os conceitos utilizados, realizar as correções necessárias, em busca de oficializar o conteúdo, levando-se em consideração a tudo que foi produzido e explorado nas etapas anteriores, confirmando algumas proposições e acrescentando outras, não mencionadas, ou desconhecidas durante a situação, tais como:

i. "Se duas retas paralelas distintas interceptam uma transversal, então os ângulos alternos (ou os ângulos correspondentes) são congruentes" [25].

ii. A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180º.

iii. A soma dos ângulos internos de um pentágono equivale a 540º, conforme atestado anteriormente com o auxílio das Figuras 3 e 4.

iv. A soma dos ângulos internos de um polígono convexo é S_i = (n-2)·180º [25].

Conclusão

Objetivou-se neste artigo apresentar uma breve narrativa a respeito dos principais constructos teóricos, desenvolvidos no âmbito da Didática da Matemática, bem como expor uma proposta de situação didática, constituída de um problema matemático, de Geometria plana, embasada pelos pressupostos destas vertentes e apoiada pelos recursos do *software* GeoGebra.

A transposição didática considerou uma análise dos seguintes movimentos da transformação do saber sábio (saber científico) para o saber a ensinar (conteúdos didáticos), até o saber ensinado (saber escolar). Esse conjunto de transformações perspectivam adaptar o processo de ensino e aprendizagem, de acordo com as necessidades identificadas pelos elementos que constituem a noosfera (comunidade científica, especialistas, políticos, autores de livros, agentes educacionais e professores). Por fim, ainda no cenário da transposição didática, apresenta-se a inserção das tecnologias digitais, por meio da transposição informática.

O contrato didático representa as várias regras da relação que o professor e os alunos mantêm com o saber, na busca de evitar mal-entendidos e falhas de comunicação, entre os envolvidos. Estas regras podem ser explícitas ou implícitas, onde, geralmente, se manifestam quando são quebradas, momento em que ocorre uma ruptura no contrato didático. Assim, a partir desta ruptura, é possível analisar as situações em que ocorrem tais eventos.

Além disso, realizou-se uma breve explanação acerca da manifestação dos erros e de que forma estes podem ser relevantes no processo de ensino e aprendizagem. Verificou-se também sobre a presença de obstáculos epistemológicos e didáticos, no contexto da sala de aula, e algumas situações que exemplificam tais ocorrências.

Em seguida abordou-se a Teoria das Situações Didáticas, caracterizada pelo jogo de interações que podem ocorrer entre os alunos, o saber e o meio, sob a utilização de situações didáticas, que devem ser planejadas e elaboradas pelo professor, de acordo com as intenções didáticas previstas para o que se deseja ensinar. Tais situações devem ser conduzidas de acordo com as fases que perpassam a TSD: ação, formulação, validação e institucionalização.

Por fim, apresentou-se uma proposta de uma situação didática, elaborada a partir de uma situação-problema de Geometria plana e apoiada pelo *software* GeoGebra. O uso do GeoGebra é visto como um arrimo considerável, na absorção do conhecimento, proporcionando a visualização gráfica dos elementos matemáticos do problema, auxiliando em sua resolução e permitindo o envolvimento direto dos alunos em sua investigação. Ademais o uso das tecnologias digitais permite a realização de uma transposição didática, tornando um conceito mais compreensível, despertando interesses e estimulando o aprendizado e construção do conhecimento, de um modo criativo e agregando valores ao saber matemático.

Nesta perspectiva, acredita-se que a abordagem de tais teorias, bem como a proposta de uma situação didática, apoiada pelos recursos visuais do *software* GeoGebra, apresente uma relevância, frente ao ensino de Matemática, se mostrando um tanto quanto valiosa no processo de ensino e aprendizagem, auxiliando, assim, a função de ensinar do professor e colaborando com o desenvolvimento e aperfeiçoamento do ensino da Matemática.

Referências

[1] F. R. V. Alves, "Didática da Matemática: Seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitive," *Interfaces da Educação*, vol. 7, no. 21, pp. 131-150, 2016.

[2] G. Gálvez, "A didática da matemática," in *Didática da Matemática: Reflexões psicopedagógicas,* C. Parra, I. Saiz Orgs., Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

[3] L. C. Pais, *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa.* 3. ed. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2015.

[4] S. A. Almouloud, *Fundamentos da didática da matemática*. Paraná: Editora UFPR, 2007.

[5] F. R. V. Alves, "Teoria das Situações Didáticas (TSD): Sobre o ensino de pontos extremantes de funções com arrimo da tecnologia," *Sala de aula em foco revista eletrônica*, vol. 5, no. 2, pp. 59-68, 2016.

[6] M. R. Resende, "A Teoria dos Números na Licenciatura em Matemática, Pedagogia e Educação Básica", in *Teoria Elementar dos Números da Educação Básica à Formação dos Professores que Ensinam Matemática*, S. D. A. Machado, B. L. Bianchini, M. C. Maranhão, Org., São Paulo: Iglu, 2015, pp.1-13.

[7] Y. Chevallard, *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Traduzido por Claudia Gilman. Buenos Aires: Editora Aique, 1991.

[8] F. R. V. Alves, C. G. Sampaio, A. K. P. Vasconcellos and M. C. Barroso, "Didática das Ciências e Matemáticas: Alguns pressupostos," *Interfaces da Educação*, vol. 8, no. 22, pp. 274-302, 2017.

[9] J. P. A. Filho, "Regra da transposição didática aplicadas ao laboratório didático," *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, vol. 17, no. 2, pp. 44-58, 2000.

[10] A. A. P. A. C. Abar, "Transposição Didática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra," *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, vol. 9, no. 1, p. 59-75, 2020.

[11] G. Brousseau, "Contrato didático: o 'não ditto' é esencial," *Nova escola*, ed. 264, 2013. [Online]. Disponível: https://novaescola.org.br/conteudo/568/contrato-didatico-o-nao-dito-e-essencial

[12] G, Brousseau, *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques*, 1970-1990. Edição e Tradução de N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland e V. Warfield. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.

[13] B. A. Silva, "Contrato didático," in *Educação matemática*, S. D. A. Machado, São Paulo: EDUC, 1999, pp. 43-64.

[14] G. Brousseau, *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Editora Ática, 2008.

[15] G. Bachelard, *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 1996.

[16] P. Perrenoud, *Dez Novas Competências para Ensinar*. Trad. Patrícia Chittoni Ramos, Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

[17] S. B. C. Igliori, "A noção de 'obstáculo epistemológico' e a Educação matemática," in *Educação matemática*, S. D. A. Machado, São Paulo: EDUC, 1999, pp. 89-113.

[18] F. R. V. Alves, *Didática da Matemática*. Licenciatura em matemática. Fortaleza: UAB/IFCE, 2011.

[19] G. Brousseau, *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*, 1998. [Online]. Disponível: http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf

[20] P. Jonnaert, "Dévolution versus contre- dévolution! Un tandem incontournable pour le contrat didactique," in *Au-delà des didactiques, le didactique:débats autour de concepts fédérateur*, C. Raisky and M. Caillot, Eds., Belgium: De Boeck & Larcier S.A., 1996, 278pp.

[21] R. Ramírez Bravo, "Aproximación al concepto de transposición didáctica," *Folios*, no. 21, pp. 33-45, 2005.

[22] CEARÁ. "Secretaria da Educação do Estado do Ceará. SPAECE," *Boletim do professor-matemática*, Juiz de Fora/MG: CAED, 2015. [Online]. Disponível: https://spaece.caedufjf.net/colecao/anos-anteriores/

[23] R. M. Pavanello, "O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências," *Revista Zetetiké*, Campinas, vol. 1, no. 1, 1993.

[24] G. Brousseau, "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques," in *La problématique et l'enseignement des mathématiques*, J. Vanhamme, W. Vanhamme, Eds., Comptes rendus de la XXVIII e rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Louvain la Neuve, 1976, pp. 101-117.

[25] O. Dolce and J. N. Pompeo, *Fundamentos de Matemática Elementar, 9: Geometria plana*. 7. ed. São Paulo: Atual, 1993.

Información de Contacto del/las Autor/as:

Aline Maria da Silva Camilo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
Fortaleza
Brasil
aline.maria.silva65@aluno.ifce.edu.br
http://lattes.cnpq.br/0274752705892338
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4403-8951

Francisco Régis Vieira Alves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
Fortaleza
Brasil
fregis@ifce.edu.br
https://ifce.academia.edu/RegisFrancisco/JournalArticles
ORCID ID: https:\orcid.org\0000-0003-3710-1561

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele
Universidade Estadual Vale do Acaraú
Sobral
Brasil
claudiafontenele05@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1825-7272

Aline Maria da Silva Camilo
Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Especialista em Educação a Distância pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). Professora da Educação Básica da Secretaria de Educação do Estado do Ceará.

Francisco Régis Vieira Alves
Mestre em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela UFC. Doutor, com ênfase no ensino de Matemática pela UFC. Professor Titular do departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE).

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele
Licenciada em Matemática. Mestre e Doutora em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará (UFC). Pós-doutoranda em Educação Profissional e Tecnológica. Professora Assistente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA).